

# PHYSIKERRUNDBRIEF 5 (2001)

20. September 2001

## Editorial

Immer mehr wird der Physikerrundbrief zum elektronischen Medium. Nicht nur, dass der Versand beinahe vollständig per email im PDF-Format erfolgt, der Rundbrief steht jetzt auch auf der Projekte-Seite der Sektion im Netz (<http://goetheanum.ch/sektion/nws/projekte.html>) und hat auf diesem Weg schon zwei weitere Leser erreicht. Allerdings, wie das so ist: die Herstellung macht dennoch Arbeit und die Zusammenstellung des Rundbriefs, die ich möglichst am Stück machen möchte, schiebe ich darum immer gerne vor mir her. . . Für die Autoren möchte ich also nochmal die ausdrückliche Bitte anschliessen, an der angegebenen URL gelegentlich die “Hinweise für Autoren” zu studieren — dort finden sich einige Hinweise, deren Beachtung die Herstellung des Rundbriefs erheblich erleichtern würde.

Diesmal ist das Heft vom Umfang her ebenso wie mit Blick auf die Zeit, die ich Sie habe warten lassen, eher eine Doppelnummer. Es gibt es noch je eine Nachlese zum Thema Urphänomene von Leopold Buchinger und mir, Thomas Schmidt schreibt uns Gedanken zum Wärmeleuchten, Friedrich Wilhelm Dustmann zur Statistischen Physik und Oliver Conradt und ich skizzieren die quantenmechanische Behandlung des freien Wurfes. Weiter verschieben möchte ich den Quanten-Zeno-Effekt. Interessiert das übrigens überhaupt jemanden? Und wieder die Bitte: schreiben Sie doch kurzerhand alles, was Ihnen unklar oder auch nur interessant scheint, an die Autoren.

Die Adressenliste am Ende der Rundbriefe ist mit dieser Art Verbreitung vielleicht obsolet, sicher jedoch nicht mehr vollständig — mit dem PDF-File erreicht sie ausserdem die Email-Empfängerliste. Falls sie dennoch weitere Postadressen oder Print-Exemplare benötigen, lassen Sie es mich wissen. Jeder Rundbrief im Papierformat kostet die Sektion etwa 7 CHF an Kopier- und Versandkosten. Folgende Bankverbindungen bestehen: Raiffeisenbank St. Gallen, zugunsten der Allg. Anthr. Gesellschaft, Konto 90-970-5, bzw. GLS Gemeinschaftsbank Bochum (BLZ 430 609 67), Konto 988 100 (Allg. Anthr. Gesellschaft). In beiden Fällen bitte unbedingt als **Verwendungszweck “Kostenstelle 60445/1129”** angeben!

Zuletzt möchte ich an dieser Stelle die Vernehmlassung zur kommenden Sektions-tagung im Herbst 2002 (vermutlich 2.-6.10.2002) eröffnen. Was sollte da besprochen

werden, wer würde beitragen? Wir Dornacher denken in folgende Richtung: Tagungsthema könnte so etwas sein wie “Fruchtbarkeit des Konzepts ‘Urphänomen’ in der Physik — Unterscheiden und Symbolisieren”, also konkrete Gehversuche hin zu einer Kultur des Arbeitens mit Urphänomenen. In den Arbeitsfeldern Optik (nicht Farbenlehre!), Mechanik und Elektrizitätslehre scheinen aus heutiger Sicht Kurse und Versuche gut möglich. Hätten Sie Ideen oder Alternativen oder auch Lust, selber etwas beizutragen? Wir sind für alle Anregungen dankbar! (Wie ich übrigens auch für alle Artikel und Ideen)

Herzlichen Gruss

Ihr Florian Theilmann

## Inhaltsverzeichnis

<b>Statistische Physik und Phänomenologie (I)</b>	<b>3</b>
1. Einführung in die Problematik . . . . .	3
2. Ideale und einfache Gase . . . . .	6
3. Ideale und nichteinfache Gase . . . . .	7
4. Ausblick auf weitere Aufgaben . . . . .	12
<b>Einige Gedanken zum Wärme-Leuchten von Raum und Stoff</b>	<b>13</b>
Spuren der Evolution . . . . .	14
Licht-Emission erhitzter Gase . . . . .	15
Strahlungsdämpfung . . . . .	16
Dopplerverbreiterung . . . . .	16
Stoßdämpfung und Zusammenfassung mit der Strahlungsdämpfung .	17
Zusammenhang zwischen Strahlungsphysik und Evolution . . . . .	20
<b>Gedanken zum Urphänomen</b>	<b>21</b>
<b>Auf der Suche nach höherer Erfahrung</b>	<b>22</b>
<b>Freier Wurf in quantenmechanischer Behandlung (I)</b>	<b>28</b>
<b>Adressenliste</b>	<b>31</b>

# Statistische Physik und Phänomenologie (I)

VON FRIEDRICH WILHELM DUSTMANN

## 1. Einführung in die Problematik

Die Statistische Physik, so wie wir sie heute kennen, präsentiert sich als in ein schwer entwirrbares Geflecht von metaphysischen Annahmen über das Wesen der Materie und daraus gezogenen Schlüssen, so dass sie bereits von ihrer Anlage her in einem klaren Gegensatz zum Ideal einer phänomenologischen Naturwissenschaft zu stehen scheint. Metaphysisch nenne ich diese Vorstellungen deswegen, weil sie selbst keinen unmittelbaren Bezug zu beobachtbaren Phänomenen besitzen, aus ihnen aber Folgerungen gezogen werden, die der Beobachtung zugänglich sind. Ein kritisch eingestellter Naturwissenschaftler, der möglichst ohne Hypothesen auskommen will, müsste deswegen erhebliche Vorbehalte gegenüber dieser Arbeitsweise entwickeln. Als die Statistische Physik im 19. Jahrhundert, zunächst in Form der kinetischen Gastheorie, entwickelt wurde gab es m. E. zwei verschiedene Motivationen für diese Art der Betrachtungsweise. Es gab damals bei vielen Wissenschaftlern eine tief sitzende Überzeugung, dass es möglich sei einen großen Teil der physikalischen Phänomene, wenn nicht sogar alle, auf Mechanik zurückzuführen. Man suchte dementsprechend immer nach den hinter den Phänomenen liegenden (unsichtbaren) mechanischen Vorgängen. Dies lässt sich an den verschiedenen Äthertheorien des Lichtes oder des elektromagnetischen Feldes ebenso ablesen wie an der mechanischen Wärmetheorie. Heute muss man feststellen, dass dieses wissenschaftliche Programm, das man als *Reduktionismus* bezeichnen kann, weitgehend gescheitert ist, auch wenn dies in Bezug auf die Wärme heute noch nicht recht zugegeben wird.

Etwa zur gleichen Zeit bildete sich zur Beschreibung der Wärmeprozesse die sogenannte Phänomenologische Thermodynamik heraus, die aus den frühen Versuchen entstanden ist die Wärmekraftmaschinen besser verstehen zu wollen. In dieser Theorie wird ein begrifflicher Rahmen für die Beschreibung von thermischen Prozessen bereitgestellt, der mit den unmittelbar zugänglichen thermischen Größen Wärmemenge, Entropie und Temperatur und den damit verbundenen mechanischen Größen Druck und Volumen und eventuell noch einigen weiteren Größen auskommt, ohne dass ein Rückgriff auf hinter den Phänomenen liegende mechanische Vorgänge notwendig erscheint. Die Thermodynamik ist insofern eine hypothesenfreie Wissenschaft. Sie arbeitet mit Begriffen, die unmittelbar an den Phänomenen des Bereichs entwickelt worden sind, für den sie geschaffen wurde. Es ist vermutlich möglich für den Geltungsbereich der Phänomenologischen Thermodynamik eine Reihe elementarer Phänomene (Urphänomene) zu beschreiben, aus denen man die gesamte Theorie entwickeln kann. Einen solchen axiomatischen Aufbau haben z. B. *Truesdell* und *Bharata* (1977) vorgestellt, der interessanterweise nicht von den sogenannten Hauptsätzen als Axiomen ausgeht, sondern von in idealisierter Gestalt formulierten Beobachtungstatsachen, aus de-

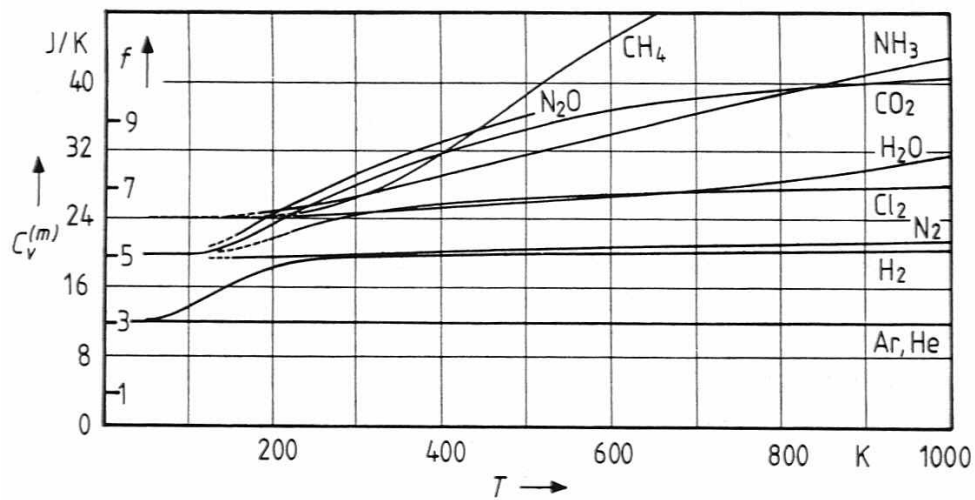


Abb. 1 Molare Wärmekapazitäten einiger Gase als Funktion der Temperatur.  $f$  gibt die Zahl der Freiheitsgrade an (aus Stierstadt 1989)

nen dann die gesamte Theorie als notwendige Folgerungen abgeleitet wird, u. a. auch die Gültigkeit des ersten und zweiten Hauptsatzes. Obwohl die Phänomenologische Thermodynamik sehr erfolgreich ist, sind ihr allerdings dennoch Grenzen gesetzt, die die Physiker insbesondere im letzten Drittel des 19. Jahrhunderts veranlassten über sie hinauszugehen.

Bereits sehr früh (1818) erkannten Dulong und Petit, dass die Molwärmern vieler fester Stoffe ungefähr gleich  $3R$  sind, worin  $R$  die Gaskonstante ist. Diese Entdeckung weist bereits darauf hin, dass  $R$  eine universellere Bedeutung haben muss als nur die der Gaskonstante. Allerdings gab es eine Reihe von Abweichungen. Insbesondere bei tieferen Temperaturen zeigten sich bei allen Stoffen erhebliche Abweichungen von der Dulong-Petit'schen Regel. Eine weitere Merkwürdigkeit zeigte sich bei den Molwärmern der Gase, bei denen auch ein klarer Bezug zur Gaskonstante festgestellt wurde. Bei den Edelgasen und einigen Metaldämpfen fand man mehr oder weniger unabhängig von der Temperatur den festen Wert  $1,5R$ , bei den gewöhnlichen Gasen Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff hingegen bei Zimmertemperatur etwa  $2,5R$ , bei Wasserdampf sogar  $3R$ . In einigen Fällen lässt sich bei der zweiten Gruppe ferner ein stufenartiger Anstieg der Molwärme mit steigender Temperatur beobachten (s. Abb. 1).

In Anbetracht solcher Feststellungen stellt sich die Frage, wie man damit umgeht. Die Phänomenologische Thermodynamik liefert keinerlei Gründe für ein solches Verhalten. Sie verwendet zwar die Wärmekapazitäten, nimmt deren Größen jedoch einfach als gegeben hin. Man kann sich auf den Standpunkt stellen, es sei gute phänomenologische Wissenschaft nichts hinter solchen Werten zu suchen, aber dann

reduziert man Wissenschaft zumindest in diesem Problembereich auf einen reinen *Deskriptivismus*, der gewissermaßen den Gegenpol zum oben angesprochenen Reduktionismus darstellt und jede Art von Erklärungsversuch ablehnt. Die ursprünglich von Goethe initiierte wissenschaftliche Haltung nimmt gewissermaßen eine mittlere Position ein. Sie will nicht nur Phänomene beschreiben, sondern strebt Erklärungen an, die eine aus der Sache selbst gewonnene Begrifflichkeit benutzt, indem sie komplexe Phänomene auf einfache Elementarphänomene zurückführt, die aber dem gleichen Phänomenbereich angehören. Eine Begründung von Wärmephänomenen aus der Mechanik heraus würde ihr sicher fernliegen. Wir stehen deshalb vor der Aufgabe aus einer solchen goetheanistischen Haltung heraus Phänomene wie die oben beschriebenen Besonderheiten bei den spezifischen Wärmen zu erklären. Ein bloßes Zurkenntnisnehmen ist zwar der Anfang der Wissenschaft aber nicht deren Ziel.

Genau diese Fragen nach einer Erklärung für die Größe der spezifischen Wärmen oder spezifischen Leitfähigkeiten für Elektrizität und Wärme u.v.a.m. haben die Physiker des 19. und beginnenden 20. Jahrhunderts bewegt und in ihrem Bestreben Erklärungen zu finden haben sie auf die kinetische Theorie der Wärme zurückgegriffen und versucht das Problem durch Rückführung auf die Partikelmechanik zu lösen. Dieser Weg ist einem goetheanistischen Forscher natürlich verschlossen, aber sollte er deswegen in Anbetracht der Fragen in ein „Ignorabimus“ verfallen? Der Weg kann nur darin bestehen die Phänomenologische Thermodynamik so zu erweitern, dass sie die nötigen Begrifflichkeiten enthält, die man für eine Erklärung der Werte der spezifischen Wärmen benötigt. Dabei muss man damit rechnen, dass nicht nur Begriffe eine Rolle spielen, die unmittelbar mit Wärme zu tun haben. Das Wiedemann-Franz-Gesetz, das aussagt, dass bei Metallen der Quotient aus Wärmeleitfähigkeit und elektrischer Leitfähigkeit annähernd proportional zur absoluten Temperatur ist, wobei die Proportionalitätskonstante weitgehend unabhängig vom Stoff ist, weist auf einen Zusammenhang zwischen elektrischer und Wärmeleitfähigkeit hin. Die Wärmeleitfähigkeit wird man deswegen wohl kaum aus der Wärmelehre allein verstehen können. Rudolf Steiner weist im 12. Vortrag des Wärmekurses darauf hin, dass man für das Verständnis des Wärmewesens gewisse Hilfsvorstellungen benötige, und er fordert in diesem Zusammenhang dazu auf zu diesem Zweck das Phänomenfeld der Durchsichtigkeit bzw. Undurchsichtigkeit der Stoffe genauer zu erforschen. Wir werden sehen, dass dies genau für unser Problem, nämlich das der Erklärung der spezifischen Wärmen eine entscheidende Bedeutung hat.

Was wir bereits an Erklärungen vorfinden, bedient sich in großem Umfang der Statistischen Physik. Wir müssen uns deshalb entscheiden, ob wir das alles verwerfen und gewissermaßen wieder bei Null anfangen wollen, oder ob wir versuchen wollen die Statistische Physik in einen anderen Begriffszusammenhang zu stellen, gewissermaßen als Erweiterung der Phänomenologischen Thermodynamik. Es stellt sich deshalb die Frage, ob die Statistische Physik oder wenigstens ein relevanter Teil davon, nicht auch eine sich an Tatsachen orientierende Interpretation zulässt, d.h. eine Uminterpretation der Theorie im Sinne einer phänomenologischen Betrachtungsweise. Einige Bemerkungen Steiners zur kinetischen Gastheorie von Clausius im 11. Vortrag des

Wärmekurses und an anderer Stelle gaben mir Anlass Überlegungen in dieser Richtung anzustellen, die ich hier vorstellen möchte. Dabei habe ich mich vor allem auf Arbeiten von G. Falk gestützt (*Falk, 1990*), der seinerseits an die Ergebnisse von Gibbs anknüpft. Ich will hier u. a. einige Grundlinien dieser Sichtweise referieren, so wie ich sie verstehe, wobei verdünnte (ideale) Gase als Leitbeispiel dienen. Der Grundgedanke besteht darin, dass die statistischen Aussagen nicht auf Atome und Moleküle als Grundelemente bezogen werden, die den Gesetzen der Mechanik folgen, sondern auf Mischungen sogenannter einfacher Gase. Was dies bedeutet, wird im Folgenden noch genauer ausgeführt. Ziel dieser Überlegungen ist es mit Mitteln der Statistischen Physik (nicht der Statistischen Mechanik) eine Begründung für das stufenartige Anwachsen der molaren Wärmekapazitäten zu geben. Dies soll ein Beispiel für eine andere Art der Verwendung statistischer Methoden sein, die nicht auf das Hilfsmittel der Mechanik zurückgreift.

## 2. Ideale und einfache Gase

Ideale Gase sind dadurch ausgezeichnet, dass ihr Zustand durch eine Relation zwischen den makroskopischen Zustandsvariablen der Art

$$pV = \nu RT \quad (1)$$

bestimmt ist, worin  $\nu$  die Stoffmenge bezeichnet. Diese Relation ist allen idealen Gasen gemeinsam, wobei natürlich klar ist, dass sie bei keinem realen Gas exakt erfüllt ist, sondern nur als idealisiertes Grenzphänomen Bedeutung hat, wenn man weit genug vom Kondensationspunkt entfernt ist. Sind diese Bedingungen erfüllt, gilt die Relation aber unabhängig vom jeweiligen Stoff, also generell. Der Unterschied zwischen den Gasen besteht dann mechanisch darin, dass die Beziehung zwischen  $\nu$  und der Masse  $m$  stoffabhängig ist, und thermodynamisch darin, dass die Gase eine unterschiedliche molare Wärmekapazität haben. Würde man nicht die Größe  $\nu$  einführen, sondern die Masse als Mengenmaß verwenden, so müsste man das Gesetz in der Form

$$pV = mR_i T \quad (2)$$

schreiben, worin der Index  $i$  den Stoff charakterisiert und die  $R_i$  stoffspezifische Gas-konstanten sind. Der Schritt von Gleichung (2) zu Gleichung (1) ergibt sich also nicht aus einer unmittelbaren Beobachtung, sondern aus einer größeren Zahl von Beobachtungstatsachen, die in der Form (2) ausgesprochen werden und nebeneinander gestellt werden. Die Gleichung (1) beschreibt also stoffunabhängig das typisch Gashafte.

Als **einfaches Gas** bezeichnen wir ein ideales Gas mit temperaturunabhängigen molaren Wärmekapazitäten

$$C_p = \frac{5}{2}R \quad \text{und} \quad C_V = \frac{3}{2}R. \quad (3)$$

Für die innere Energie gilt bei ihnen:

$$E = \nu(e_0 + C_V T) \quad (4)$$

Darin tritt  $e_0$  zunächst nur als Integrationskonstante auf, über deren genauere physikalische Bedeutung wir gleich noch mehr erfahren werden. Tatsächlich findet man in der Natur Gase, deren molare Wärmekapazitäten sich in sehr guter Näherung so verhalten, z. B. Edelgase und Metaldämpfe (üblicherweise einatomige Gase genannt).

### 3. Ideale und nichteinfache Gase

Anders verhält es sich mit den gewöhnlicheren Gasen, wie Wasserstoff, Stickstoff, Sauerstoff, Kohlendioxid usw., bei denen die Molwärmern mit steigender Temperatur zunehmen (siehe Abb. 1). Die Begründung für dieses Verhalten wird gewöhnlich mit Hilfe der Quantenphysik durch die Annahme gegeben, dass die Energie bei tiefen Temperaturen nicht ausreicht um bestimmte Zustände höherer Energie anzuregen. Darauf will ich hier aber nicht im Detail eingehen. Stattdessen soll eine alternative Betrachtungsweise vorgestellt werden, die versucht weitgehend auf hypothetische Vorstellungen über Atome und Moleküle zu verzichten. Zunächst fragen wir, ob die angesprochenen Gase noch durch irgendwelche anderen physikalischen Eigenschaften ausgezeichnet sind, so dass man sagen kann: Wenn diese Eigenschaften vorliegen, dann tritt mit Notwendigkeit in einem noch näher zu bestimmenden Temperaturbereich ein stufenweiser Anstieg der molaren Wärmekapazität auf. Eine solche Eigenschaft gibt es in der Tat. Bei diesen Gasen tritt nämlich im fernen Infrarotbereich ein Spektrum von Absorptionslinien auf, das sich im sichtbaren Bereich bei der sogenannten Ramanstreuung wiederholt. Bei der Raman-Streuung wird Licht von einer Quelle mit einem diskreten Linienspektrum durch das zu untersuchende Gas gestrahlt. Bei der anschließenden hochauflösenden Spektralanalyse des Streulichtes findet man neben den ursprünglichen Spektrallinien noch Serien von zusätzlichen Linien, die spezifisch für den durchstrahlten Stoff und mit den Spektrallinien im fernen Infrarotbereich korreliert sind. Die folgende Abbildung 2 zeigt diesen Effekt. Im oberen Bild hat man das reine Quecksilberspektrum der Lampe und im Bild darunter das Spektrum des Streulichtes, das neben den ursprünglichen Hg-Linien noch weitere für Benzol typische Linien aufweist.

Immer wenn diese Erscheinung auftritt, finden wir auch das stufenhafte Anwachsen der spezifischen Wärme. Also zeigt sich auch hier im weiteren Sinn ein Zusammenhang zwischen der Durchsichtigkeit eines Mediums und seinen thermischen Eigenschaften, wie Rudolf Steiner es im 12. Vortrag des Wärmekurses angedeutet hat. Der Grund dafür liegt darin, dass das durchstrahlte Gas offenbar energetisch angeregt werden kann und verschiedene Energieniveaus besitzt, die nahe beieinander liegen. Wird das Gas nun durch das eingestrahlte Licht energetisch sehr stark angeregt und gelangt dabei in einen sehr kurzlebigen Zustand, so kann es bei der Abstrahlung des Fluoreszenzlichtes in verschiedene energetisch nahe beieinander liegende Zustände zurückkehren, die nicht unbedingt mit dem Ausgangszustand identisch sind. Daher gibt es eine ganze Serie benachbarter Spektrallinien im Streulicht.

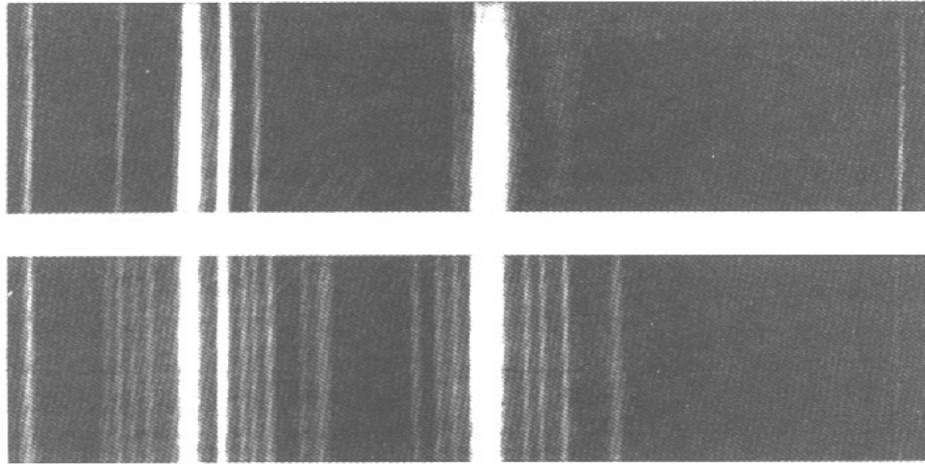


Abb. 2 Raman-Effekt mit dem Licht einer Hg-Lampe und Benzol als Medium (aus Gerthsen 1989)

Wir betrachten jetzt ein ideales Gas nicht mehr als einheitlichen Stoff, sondern als ein Gemisch von  $M$  verschiedenen idealen Gasen die alle einfach sind, d. h. sich entsprechend Gleichung (3) verhalten und sich thermisch nur dadurch unterscheiden, dass die Konstanten  $e_0$  unterschiedlich sind, d. h. nach dem oben Mitgeteilten, dass die Komponenten energetisch unterschiedlich angeregt sind. Physikalisch unterscheiden wir die Komponenten durch ihr unterschiedliches Verhalten bei der Absorption im fernen Infrarotbereich oder bei der Ramanstreuung im sichtbaren Bereich. Jeder Spektrallinie wird eine andere Komponente des Gases zugeordnet. Dass ein solches Gemisch tatsächlich alle Eigenschaften eines idealen Gases hat, bedarf natürlich eines ausführlichen Nachweises, den wir hier nur teilweise erbringen können. Für weitere Details verweise ich auf das oben erwähnte Buch (Falk 1990). Die Gesamtenergie und die Gesamtstoffmenge setzen sich aus den Teilenergien und Teilstoffmengen zusammen:

$$E = \sum_{i=1}^M E_i \quad \text{und} \quad \nu = \sum_{i=1}^M \nu_i \quad (5)$$

Aus (4) und (5) erhält man für die Mischung sofort

$$E = \sum_{i=1}^M \nu_i (e_{0i} + \frac{3}{2} RT) = \frac{3}{2} \nu RT + \sum_{i=1}^M \nu_i e_{0i} \quad (6)$$

also einen größeren Wert als  $1,5 \nu RT$ . Auf den ersten Blick scheint der zweite Summand nicht temperaturabhängig zu sein und deshalb zu den spezifischen Wärmen nichts beizutragen. Das ist aber nur der Fall, wenn wir annehmen, dass die Teilstoffmengen  $\nu_i$  von der Temperatur unabhängig sind. Gehen wir hingegen davon aus, dass nur  $\sum \nu_i$  temperaturunabhängig ist, nicht aber die einzelnen  $\nu_i$ , so wird auch der zwei-



te Summand temperaturabhängig und liefert deshalb einen Beitrag zur spezifischen Wärme. Wir können also im Rahmen dieser Beschreibung davon sprechen, dass bei einer Erwärmung des Gases ein Teil der Komponente  $i$  verschwindet und stattdessen die Komponenten  $i + 1, i + 2, i + 3, \dots$  zunehmen, wobei wir davon ausgehen, dass die Nummerierung so gewählt wurde, dass  $e_{01} \leq e_{02} \leq \dots \leq e_{0N}$  ist. Der Erwärmungsvorgang wird hier im Sinne einer Stoffumwandlung betrachtet, allerdings nicht einer chemischen, sondern einer thermischen Stoffumwandlung. Der Stoffbegriff wird demnach etwas anders gefasst als es sonst üblich ist.

Betrachten wir die Sache so, wie sie eben beschrieben wurde, so liegt im Sinne der statistischen Physik eine kanonische Gesamtheit vor, denn wir haben ein kleines System (die jeweilige Gaskomponente) in einem Wärmebad (das gesamte Gas) und es ist zwischen diesen Wärmeaustausch möglich. Wir können also für die Gleichgewichtssituation die Stoffmengen  $\nu_i$  der einzelnen Komponenten mit dem Formalismus für kanonische Gesamtheiten ausrechnen (siehe z.B. *Fließbach*, 1995). Bekanntlich erhält man

$$\frac{\nu_i}{\nu} = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{e_{0i}}{RT}\right) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

Um Missverständnisse zu vermeiden sei hier ausdrücklich betont, dass sich Formel (7) hier nicht auf mikroskopische Moleküle bezieht, sondern auf die Gaskomponente mit dem Index  $i$ , die den gesamten Gasraum erfüllt. Wenn die  $e_{0i}$  bekannt sind, dann lässt sich mit (7) die Verteilung der gesamten Stoffmenge auf die einzelnen Komponenten des Gases berechnen. Die Anregungsenergien sind jedoch bekannt, denn wir haben bereits weiter oben festgestellt, dass der zu untersuchende Effekt immer dann eintritt, wenn das Gas die charakteristischen Spektren besitzt. Da diese Spektren äquidistante Linien aufweisen, kann man den empirischen Befund für die Frequenzen des Spektrums durch

$$f = f_0 i \quad \text{mit} \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

beschreiben. Dem entspricht eine Anregungsenergie von

$$\epsilon_i = \frac{1}{2} h f_0 \cdot i(i + 1) \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

der Gaskomponente  $i$ , wie man aus der Beziehung  $hf = \epsilon_i - \epsilon_{i-1}$  berechnen kann. Dabei bleibt eine für alle Energieniveaus gleiche additive Konstante unbestimmt, die hier einfach gleich 0 gesetzt wird ( $\epsilon_0 = 0$ ). Da diese Konstante keinen Beitrag zur spezifischen Wärme liefert, weil sie für alle Komponenten gleich ist, spielt sie für unsere Überlegungen ohnehin keine Rolle. Gewöhnlich wird (9) mit Hilfe der Quantenmechanik theoretisch berechnet, wodurch man dann auch einen Wert für  $f_0$  bekommt. Dieser Rückgriff auf die Theorie ist für unsere Zwecke jedoch nicht nötig, da der empirische Befund aus der Untersuchung der Spektren vorliegt. Es muss hier noch angemerkt werden, dass die  $\epsilon_i$  nicht mit den  $e_{0i}$  aus Formel (6) identisch sind, denn Letztere stellen die Anregungsenergie der gesamten  $i$ -ten Komponente pro Mol dar,

während die  $\epsilon_i$  ein einzelnes Anregungsquantum für die  $i$ -te Komponente beschreiben. Hier kommt erstmals ein Quantenaspekt ins Spiel, der in einer weiteren Arbeit noch genauer untersucht werden muss. Wir können hier aber, um den Zusammenhang zu bekommen, schon einmal anmerken, dass

$$e_{0i}/R = \epsilon_i/k_B \quad \text{oder} \quad e_{0i} = N_A \epsilon_i$$

ist, worin  $N_A$  die Avogadrozahl und  $k_B$  die Boltzmannkonstante bedeutet. Wenn also die  $\epsilon_i$  aus der Spektroskopie bekannt sind, dann gilt dies auch für die  $e_{0i}$ . Statt (7) können wir dann auch

$$\frac{\nu_i}{\nu} = \frac{1}{Z} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{k_B T}\right) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (10)$$

schreiben. Dies ist die Form, die man gewöhnlich in den Lehrbüchern findet. Ist man bis hierher vorgedrungen, kann man im Prinzip die spezifische Wärme, die mit dieser inneren Anregung des Gases zusammenhängt berechnen. Dabei sind allerdings noch einige Hürden zu nehmen. Die erste besteht darin, dass hier eine sogenannte Zustandseartung vorliegt, die darauf zurückzuführen ist, dass zu einer Anregungsenergie  $\epsilon_i$  eigentlich nicht eine einzelne Gaskomponente gehört, sondern  $2i + 1$  verschiedene Komponenten, die alle die gleiche Energie haben und deshalb spektroskopisch nicht zu unterscheiden sind. Eine Unterscheidung wird im Prinzip erst möglich, wenn ein Magnetfeld angelegt wird, durch dass die Energieniveaus getrennt werden. Für uns bedeutet das, dass man statt mit (10) mit

$$\frac{\nu_i}{\nu} = \frac{2i + 1}{Z} \exp\left(-\frac{\epsilon_i}{RT}\right) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (11)$$

arbeiten muss. Berücksichtigt man dies, so gelangt man in der Tat zu dem gewünschten Ergebnis. Da die Rechnung sehr aufwendig ist und mit herkömmlichen Mitteln ohnehin nur die Grenzfälle  $T \rightarrow 0$  und  $T \gg T_S = hf_0/(2k_B)$  untersucht werden können, verzichte ich hier auf eine Darstellung der Rechnung und verweise auf die Literatur (z.B. *Fließbach* 1995).

Bei der üblichen Betrachtungsweise geht man von einem einheitlichen Stoff aus, dessen Grundbestandteile lediglich thermisch angeregt werden (Rotationsanregungen der Moleküle), der aber als Stoff erhalten bleibt. Bei der hier vorgestellten Betrachtungsweise wird die Anregung nicht mikroskopisch kleinen, unveränderlichen Materiebröckchen zugeordnet, sondern als teilweise Verwandlung einer Gaskomponente in eine oder mehrere andere beschrieben, die alle über den gesamten Gasraum verteilt sind. Die Statistische Physik hat lediglich die Aufgabe die Verteilung der gesamten Stoffmengen auf die einzelnen Komponenten in Abhängigkeit von der Temperatur korrekt zu beschreiben, was durch Formel (11) geleistet wird. Einzelne Moleküle kommen bei dieser Betrachtung gar nicht vor, wenn man einmal von dem noch nicht vollständig geklärten Zusammenhang zwischen  $e_{0i}$  und  $\epsilon_i$  absieht. An dieser Stelle deutet sich etwas an, was vielleicht auch von der Phänomenologie her einen Zugang

zu einem Molekülbegriff liefert, der aber nicht mit dem primitiven mechanischen Begriff verwechselt werden darf, der im 19. Jahrhundert entstanden ist.

Der Anregungsvorgang besteht bei dieser Betrachtungsweise in der Erzeugung des höher angeregten Stoffes und der Vernichtung des weniger angeregten Stoffes, bzw. in der Umwandlung des einen in den anderen. Nur die Gesamtstoffmenge bleibt mit gewissen, gleich noch zu behandelnden Einschränkungen erhalten, während die Komponenten sich ineinander umwandeln. Interessanterweise hat Albert Einstein bereits im Jahre 1914 in einem Vortrag (*Einstein 1914*) auf die Möglichkeit dieser Sichtweise hingewiesen und mit den Mitteln der Phänomenologischen Thermodynamik der Mischungen die Boltzmann-Verteilung und die Planck'sche Strahlungsformel abgeleitet. In seiner Darstellung benutzte er allerdings noch den damals üblichen Molekülbegriff. Einstein kam dabei zu folgender Bewertung:

Der Umstand, daß man in dieser Weise zur PLANCK'schen Formel gelangt, ist in mehr als einer Beziehung bemerkenswert. Erstens scheinen nämlich die Begriffe der physikalischen und der chemischen Änderung eines Moleküls ihren prinzipiellen Gegensatz zu verlieren. Die quantenartige Änderung des physikalischen Zustandes eines Moleküls scheint von der chemischen Änderung nicht prinzipiell verschieden zu sein. Man kann sogar noch weiter gehen. Die Gesetze der BROWNSchen Bewegung haben dazu geführt, den prinzipiellen Gegensatz zwischen dem Molekül und dem beliebig ausgedehnten physikalischen System zu verwischen; DEBYE zeigte andererseits, daß man mit großem Erfolge quantenartig verschiedene Zustände beliebig ausgedehnten Systemen zuschreiben kann. Es ist also sogar die quantenartige Veränderung des Zustandes eines ausgedehnten Systems als ein Vorgang aufzufassen, der von analoger Art ist wie die chemische Änderung eines Moleküls. In diesem Sinne können die Gleichungen 1) und 2)<sup>1</sup> auch unbedenklich auf Eigenschwingungen beliebig ausgedehnter Systeme angewendet werden.<sup>2</sup>

Offenbar hat Einstein an dieser Stelle an eine Anwendung der Strahlungsformel in der Theorie der spezifischen Wärme des Festkörpers und nicht im Bereich des elektromagnetischen Spektrums gedacht. Diese von Einstein vorgeschlagene Sichtweise wird uns auch bei den weiteren Ausführungen als Richtschnur dienen.

Die oben angesprochenen Einschränkungen bei der Erhaltung der Stoffmenge bestehen darin, dass unter bestimmten Bedingungen, z. B. sehr starker Erhitzung, eine Dissoziation eintreten kann, die zur Vergrößerung der Stoffmengengröße  $\nu$  führt. Dies bedeutet nicht, dass die Masse des Systems zunimmt, sondern nur die Variable  $\nu$  größer wird. Bei der üblichen Betrachtungsweise führt man dies darauf zurück, dass die Moleküle teilweise zerfallen und so mehr Teilchen entstehen, aber dies ist kein Phänomen, sondern eine gedanklich hinzugefügte Annahme, die man macht um eine Erklärung für das Phänomen zu bekommen. Bleibt man bei den Tatsachen, so kann man nur feststellen, dass ab einer bestimmten Schwellentemperatur  $T_D$  die Variable

---

<sup>1</sup>Boltzmann-Verteilung und Planck'sches Strahlungsgesetz (Anm. d. Verf.)

<sup>2</sup>Debye'sche Theorie der spezifischen Wärme in Festkörpern (Anm. d. Verf.).

$\nu = \frac{pV}{RT}$  zunimmt, was sich z. B. durch einen höheren Druck, als er auf Grund des Gasgesetzes erwartet wird, bemerkbar macht. Im Prinzip könnte dies natürlich auch auf eine Abweichung vom idealen Gasgesetz hinweisen. Deshalb muss die Vergrößerung von  $\nu$  noch durch andere Phänomene, die von  $\nu$  abhängen abgesichert werden.

#### 4. Ausblick auf weitere Aufgaben

In der vorliegenden Arbeit ist der Versuch unternommen worden einen begrifflichen Zusammenhang zwischen dem Auftreten bestimmter Absorptionlinien im fernen Infrarotbereich, bzw. dem Auftreten bestimmter Spektrallinien bei der Ramanstreuung und dem stufenartigen Anstieg der spezifischen Wärmekapazität bei Gasen im Temperaturbereich von etwa 100 K herzustellen. Als Hilfsmittel wurde die Statistische Physik in einer speziellen Form verwendet, nicht als Statistische Mechanik, sondern als Erweiterung der gewöhnlichen Phänomenologischen Thermodynamik, indem das Gas als zusammengesetztes System von vielen Teilgasen betrachtet wurde, die sich jeweils als kleines System im Wärmebad des Gesamtgases befinden. Die Anwendung des von Gibbs entwickelten Formalismus führt zu einer quantitativen Erklärung für den stufenartigen Anstieg der Molwärme von  $1,5 R$  auf  $2,5 R$ , der allerdings nur beim Wasserstoff wegen des niedrigen Siedepunktes befriedigend studiert werden kann. Gewöhnlich wird dieser Anstieg mit der Anregung von Rotationsbewegungen der Moleküle in Verbindung gebracht. Auf diesen Bezug haben wir hier verzichtet und uns allein auf die genannten Spektralphänomene beschränkt um zu zeigen, dass das eine Phänomen notwendig mit dem anderen verbunden ist. Bei vielen anderen Gasen kommt es im Bereich oberhalb von 200 K zu einem weiteren stufenartigen Anstieg, der häufig nicht so deutlich ausgeprägt ist. Auch hier lässt sich in völlig analoger Weise eine Beziehung zu Spektraldaten herstellen, die in diesem Fall jedoch wesentlich komplexer sind. Man bezeichnet diese Spektren gewöhnlich als Rotations-Schwingungs-Spektren, aber auch hier benötigt man für eine quantitative Erklärung keine Interpretation sondern lediglich die Spektraldaten. Offen bleibt im Moment, warum einfache Gase stoffunabhängig eine molare Wärme von  $1,5 R$  haben. Dies bedarf noch genauerer Untersuchungen, die ich in einer späteren Arbeit hoffe vorlegen zu können.

Es ist in dem hier geschilderten Zusammenhang interessant eine Bemerkungen Rudolf Steiners über die kinetische Wärmetheorie von Clausius im 11. Vortrag des Wärmekurses zu lesen.<sup>3</sup>

Da finden Sie, wenn Sie einen geschlossenen Raum haben, atomistische oder molekulare Kügelchen, die stoßen nach allen Seiten, rempeln sich gegenseitig an, stoßen an die Wand an und vollführen rein äußere extensive Bewegungen. . . .

Es war also Ausdruck einer rein auf den Raum, auf räumliche Bewegung rücksichtnehmenden Überzeugung, wenn man gesagt hat: Wärme ist Bewegung — sie ist Bewegung, aber intensiv zu denkende Bewegung, Bewegung, bei der in

---

<sup>3</sup>Wärmekurs, S. 168f.

jedem Raumteil, wo Wärme ist, das Bestreben besteht, materielles Dasein zu erzeugen und materielles Dasein wieder verschwinden zu lassen.

Eine zentrale Frage ist: Was ist unter intensiv zu denkender Bewegung zu verstehen? Auch in diesem Zitat ist von einem Erzeugungs- und Vernichtungsvorgang in Bezug auf materielles Dasein die Rede. Es ist allerdings fraglich, ob Steiner damit Stoffumwandlungen im oben beschriebenen Sinn gemeint hat, denn in diesem Zusammenhang weist er darauf hin, „daß fortwährend materielle Wirkungen, das heißt Raumeswirkungen, übergehen in unmaterielle Wirkungen, also in solche Wirkungen, die keinen Raum mehr einnehmen.“ Was er unter unmateriellen Wirkungen versteht, ist zunächst allerdings unklar. Trotzdem scheint es lohnend zu sein die Vorstellung der Erzeugung und Vernichtung vom Standpunkt der heutigen Physik etwas genauer zu betrachten. Bemerkenswert ist, dass Steiner keineswegs dazu auffordert, die Daten, die gewöhnlich mit Mitteln der kinetischen Theorie erklärt werden, einfach als Phänomene hinzunehmen, die keiner Erklärung bedürfen.

#### *Literatur*

*Einstein, A.* (1914): „Beiträge zur Quantentheorie“, in Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Band 12, S. 820 - 828.

*Falk, G.* (1990): Physik · Zahl und Realität, Birkhäuser Verlag, Basel, Boston, Berlin, 1990.

*Gerthsen, C., Kneser, A. O., Vogel, H.* (1989): Physik, 16. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.

*Stierstadt, K.* (1989): Physik der Materie, VCH Verlagsgesellschaft, Weinheim.

*Truesdell, C., Bharatha, S.* (1977): The Concepts and Logic of Classical Thermodynamics as a Theory of Heat Engines, Springer-Verlag, New York, Heidelberg, Berlin.

## **Einige Gedanken zum Wärme-Leuchten von Raum und Stoff**

VON THOMAS SCHMIDT

Während der Arbeit an diesem Manuskript erreicht mich die Nachricht vom Erdenabschied Ernst-August Müllers am 24. Februar 2001. Mit großer Dankbarkeit gedenke ich eines 45-jährigen Gedankenaustausches mit ihm, in dem ich vor allem gelernt habe, dass anthroposophische Naturforschung zwar sehr wohl einer sorgfältigen Aufmerksamkeit allen Sinneswahrnehmungen gegenüber, aber ebenso auch einer gesteigerten Zuwendung zu der mathematisch-denkerischen Durchdringung durch den forschenden Menschen bedarf. Und beides betrifft gerade auch die folgenden Ausführungen.

Während der Arbeitstage für Physiker im vergangenen Januar hatten wir nach dem Einschalten einer Natriumgaslampe durch ein Spektroskop beobachtet, wie die zunächst schmale, gelbe Emissionslinie mit der Zunahme von Temperatur und Druck

ständig breiter wurde. Im Zentrum entwickelte sich dann schließlich eine dunkle Linie, fast wie ein Negativ zu der anfänglichen schmalen Emission, und es entstand als Frage, ob eine derartige Erscheinung nach der quantentheoretischen Berechnungen der Übergänge zwischen Energietermen in Atomen in einem *isothermen* Gasvolumen zu erwarten ist oder nicht. In den folgenden Ausführungen soll diese Frage in ihrem Erscheinungs-Zusammenhang, ausführlicher jedoch noch im Kontext ihrer strahlungstheoretischen Grundlagen behandelt werden. Zwar wurde ja manches Erstaunliche zur Quantentheorie des Lichtes bei “Ein-Photonen-Interferenzen” und ähnlichem in den vergangenen Jahren auch in unseren Arbeitstagen besprochen, da aber die Quantenoptik – anders als die Quantentheorie der Materie – vielfach von durchaus makroskopischen Effekten handelt, geht man gerade in diesen Fällen oft in die Irre, wenn vorhandene Übergänge zur unmittelbaren Sinneserfahrung unbeachtet bleiben — physikalischer ausgedrückt: Das *Bohrsche Korrespondenzprinzip* der asymptotischen Anpassung an die “klassische Physik” ist für das Licht von besonderer Bedeutung und Wichtigkeit.

## Spuren der Evolution

Im letzten Vortrag des “Wärmekurses” (GA321) erscheint bei Rudolf Steiner das grandiose Bild vom “Blitz..., der den Raum zerreißt...”, um dann durch den folgenden Satz ein besonderes Gewicht zu erhalten: “Das ist aber der Fall jedes mal, wenn Licht in Begleitung von Wärme erscheint: Der Raum zerreißt, der Raum enthüllt uns dasjenige, was in seinem Inneren ist, während er uns in seinen gewöhnlichen drei Dimensionen, die wir vor uns haben, nur seine Außenseite zeigt. Der Raum führt uns in sein Inneres.” Was aber ist nun das “Innere des Raumes”, ja offensichtlich nicht die Dimensionalität, die allein wir sonst “Raum” nennen?

Es seien diese Gedanken an die Evolution von Wärme, Licht und Raum angeschlossen, wie sie von Rudolf Steiner in seiner “Geheimwissenschaft im Umriss” (GA 13) und besonders in “Evolution vom Gesichtspunkt des Wahrhaftigen” (GA 132) darstellt. Sehen wir das undimensional *Innere* des Raumes als einen *saturnischen* Keim an, der noch nicht in einem irgend wie äußeren Sinne existiert und der erst dann zum ersten Male *sonnenhaft* in ein Außen aufbricht, wenn das *Licht* gemeinsam mit der *Wärme* zur Erscheinung kommt, so lässt sich bis in die Gedankenbildungen der modernen Kosmologie hinein eine besondere Folge von “Evolutionsspuren” wiederfinden:

Zuerst – dem “*Alten Saturn*” entsprechend – war nur ein Kosmos der Wärme vorhanden, in dem zwar zeitliche Entwicklungen bereits abliefen, aber eine äußere Raumordnung noch nicht auszumachen war. Als Keim existierte allein ein undimensionales “Innere” des zukünftigen Außen-Raumes. Dieser trat – auf der “*Alten Sonne*” – erst dann hervor, als die alles erfüllende Wärme sich verbunden hatte mit dem *Licht*, durch das überhaupt erst Räumlichkeit zur Offenbarung gebracht werden kann, aber nur zusammen mit der Verdichtung der Wärme zum *Gas*, wodurch erst die Substanzgrundlage für eine äußere, räumliche Differenzierung der Welt gegeben war. In einem nächsten Evolutionsschritt – auf dem “*Alten Mond*” – entstehen *Oberflächen*,

noch flüssig bewegt, leuchtend, beleuchtet und nun schon teilweise undurchlässig für das Licht, womit zugleich die *Farbigkeit* der Welt geboren ist. Erst während des gegenwärtigen *Erden-Zustandes*, auch *Planet des Todes* genannt, entstanden schließlich die *festen* Gegenstände, deren Innenraum undurchdringlich vom Außenraum abgegrenzt ist. In jedem Innenraum eines solchen festen Gegenstandes jedoch ist “Zukunft” zu finden, um so besser, je undurchdringlich dunkler dieser ist wird die Erde zugleich ja auch *Planet der Auferstehung* genannt, den Rudolf Steiner in “Karma des Berufes” (GA 172, 12.11.1916 ) so charakterisiert: “Die Erde ist gewissermaßen der Saturn des Vulkan.” Und in der Tat: So wie der saturnische Urzustand des Kosmos nichts als wärmehaftes Innen war, so ist *dieselbe* Wärmequalität neu und individuell in einem *jeden* erhitzten, dunklen, abgeschlossenen Erdenkörper vorhanden. Von der Urwärme des Kosmos umgibt uns auch heute noch, ohne jede räumliche Differenziertheit die “*kosmische Hintergrundstrahlung*”, die in der Gegenwart fast unbeobachtbar, nur noch einer Planck-Temperatur von 2,7 K entspricht. Erst in den bis zum Leuchten erhitzten Erdenkörpern wird diese “Planck-Strahlung” offenbar und wirksam.

Vom Ur-Wärme-Zustand des Kosmos hat aber das Licht, bevor es nicht mit der Materie in Wechselwirkung getreten ist, seine räumliche Unlokalisierbarkeit bis heute bewahrt, wie gerade auch in den modernen Forschungen über die Quantentheorie des Lichtes deutlich wird.

## Licht-Emission erhitzter Gase

Betrachten wir das Leuchten eines erhitzten Gases in einer Natrium- oder Quecksilber-Lampe. Anomale Besetzungszahlen innerhalb des Termschemas des Gases haben in diesem Fall, anders als etwa bei laserähnlichen Emissionsvorgängen, keine Bedeutung. Auch die Elektrizität dient nur der Erhitzung des Gases und wirkt nicht, wie bei Hochspannungs-Gasentladungen unter geringem Druck unmittelbar strahlungsanregend.

Wir haben in diesem Fall von dem Zustand des *lokalen thermodynamischen Gleichgewichts*<sup>1</sup> auszugehen, das ist zwar nicht das vollständige Temperaturgleichgewicht eines Hohlraumstrahlungsfeldes, jedoch gilt “lokal”, d.h. für jedes Volumenelement ein einheitliches Wärmegleichgewicht, das durch eine eindeutige Temperatur  $T(x, y, z)$  beschrieben und durch Strahlungs- und Stoßprozesse aufrechterhalten wird. Für die Emission  $\epsilon_\nu$  und den Absorptionskoeffizienten  $\kappa_\nu$  gilt in Abhängigkeit von der Frequenz  $\nu$  in diesem Fall grundsätzlich das Kirchhoffsche Gesetz

$$\frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} = I(\nu, T) . \quad (1)$$

---

<sup>1</sup>Grundlage der physikalischen Schlussfolgerungen und Formelableitungen ist: Albrecht Unsöld “Physik der Sternatmosphären” zweite Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg (1955), es wird in diesem Aufsatz abgekürzt nur mit “Unsöld” zitiert. Unsöld war einer großen Theoretiker der “Physik der Sternatmosphären” des 20. Jahrhunderts und die Ausführungen in dem hier benutzten Hauptwerk haben ihre grundsätzliche Gültigkeit ebenso wenig verloren wie das für Max Born’s “Optik”, ebenfalls aus dem Springer-Verlag, der Fall ist.

Im Falle des thermodynamischen Gleichgewichtes wird die Intensität  $I$  des Strahlungsfeldes durch die Kirchhoff-Planck-Funktion  $B_\nu(T)$  ersetzt, die nichts anderes ist als das von der Strahlungsdichte auf die Intensität umnormierte Planck'sche Strahlungsgesetz:

$$\frac{\epsilon_\nu}{\kappa_\nu} = B_\nu(T) \equiv \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2)$$

wobei im Falle des lokalen thermodynamischen Gleichgewichts  $T$  eine Funktion des Ortes innerhalb des erhitzten Gases ist.

Wegen des Kirchhoffschen Gesetzes ist damit jedes Emissions-Linienprofil grundsätzlich die Modulation der *Kirchhoff-Planck-Funktion* durch den Absorptionskoeffizienten  $\kappa_\nu$ , der wiederum grundsätzlich sein Maximum in der Linienmitte hat. Dieser Absorptionskoeffizient ist eine "Faltung" aus drei verschiedenen Funktionen, die hier zunächst nach der klassischen Strahlungstheorie betrachtet werden. Wie bereits das "Bohr'sche Korrespondenzprinzip" nahe legt, sollten die quantentheoretischen Ergebnisse keine wesentlichen Änderungen ergeben, aber das soll später noch etwas genauer betrachtet werden:

### Strahlungsdämpfung

Die "natürliche Linienbreite" ergibt sich daraus, dass die Emissionsdauer der strahlenden Oszillatoren durch ihre Energieabgabe begrenzt ist. Mit der "klassischen" Theorie der Strahlung elektromagnetischer Oszillatoren ergibt sich diese "Strahlungsdämpfung" aus dem Energieverlust durch die Abstrahlung als eine Verbreiterung der Spektrallinien unabhängig von der Wellenlänge zu  $\Delta\lambda_N = \frac{4\pi e^2}{3m_e c^3} = 1.18 \cdot 10^{-5} nm$ , eine Größe, die unter Laborbedingungen meistens ohne Bedeutung für die realen Linienbreiten ist und deshalb in der Regel nicht in den Rechnungen berücksichtigt werden muss. Im übrigen wirkt die Strahlungsdämpfung in gleicher Weise wie die "Stoßdämpfung" infolge von Druckeffekten (s.u. Punkt 3), so dass beide zusammengefasst werden können. (Unsöld §69, S.274 f.)

### Dopplerverbreiterung

Durch den *Dopplereffekt* der thermischen Gas-Bewegung entsteht eine Gauß-Verteilung der Form

$$\kappa_\lambda \propto \frac{\lambda_0^2 \cdot N \cdot f}{\Delta\lambda_D} \cdot e^{\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\Delta\lambda_D}\right)^2} \quad (3)$$

wo  $\lambda_0$  die Wellenlänge der Linienmitte,  $\Delta\lambda_D$  die "Dopplerbreite" der betreffenden Spektrallinie und  $N$  die Anzahl der Oszillatoren bedeuten;  $f$  ist die "Oszillatorenstärke", ein aus der Quantentheorie folgender Gewichtsfaktor für die einzelnen strahlenden Partikel. Es ist  $\Delta\lambda_D = \frac{\lambda_0}{c} \cdot \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$  ( $R$  ist die Gaskonstante,  $T$  die Temperatur und  $\mu$  die Masse der Gasmoleküle). Für die Wellenlänge 500 nm (grünes Licht) und eine Temperatur von 2000 K ergibt sich  $\Delta\lambda_D \approx 0.01 nm$ . (Unsöld §72, S.285ff.)



## Stoßdämpfung und Zusammenfassung mit der Strahlungsdämpfung

Die ‘‘Stoßverbreiterung’’ von Spektrallinien geschieht durch die Verkürzung der ungestörten Schwingungszeit der Elementar-Oszillatoren infolge von Störungen bei nahen Vorübergängen von anderen oder gleichartigen Teilchen. Dabei ist das Wort ‘‘Stoß’’ etwas missverständlich, weil jede Begegnung genügt, die mindestens zu einem Phasensprung innerhalb des ausgesandten Wellenzuges führt. Den Verlauf des von dieser Dämpfung verursachten Absorptionskoeffizienten erhält man aus der Fourier-Analyse von Wellenzügen der Dauer  $\Delta t$ , der Zeitdauer zwischen zwei Störungen. Das entsprechende, wegen der Intensitäten quadratische Fourier-Integral ist allerdings zu falten mit der Wahrscheinlichkeit  $w(\Delta t)$  dafür, dass die Stoßzeit zwischen  $\Delta t$  und  $\Delta t + d(\Delta t)$  liegt, also  $w(\Delta t) = e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \cdot \frac{d(\Delta t)}{\tau}$  ( $\tau$  Mittelwert für  $\Delta t$ ). Daraus ergibt sich eine ‘‘Dispersionsverteilung’’ des Absorptionskoeffizienten  $\kappa$ , zweckmäßigerweise zunächst in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz  $\omega$  abgeleitet ( $\omega_0$ : Linienmitte):

$$\kappa(\omega) \propto \int_0^\infty \left( \frac{\sin(\frac{\omega - \omega_0}{2} \Delta t)}{\omega - \omega_0} \right)^2 \cdot e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} d(\Delta t) \rightarrow \kappa(\omega) = \frac{\gamma}{2\pi} \cdot \frac{1}{(\omega - \omega_0)^2 + (\frac{\gamma}{2})^2} \quad (4)$$

In der Gleichung rechts von dem  $\rightarrow$  wurden einige Ersetzungen vorgenommen: Zum ersten gilt die Beziehung  $\frac{2}{\tau} = \gamma_{Stoss}$  zwischen  $\tau$  und der *Stoßdämpfungskonstante*  $\gamma_{Stoss}$ , ferner kann die Gesamt-Dämpfungskonstante  $\gamma$  mit genügender Genauigkeit als  $\gamma = \gamma_{Stoss} + \gamma_{Str}$  geschrieben werden — soweit die Strahlungsdämpfung  $\gamma_{Str}$  nicht überhaupt zu vernachlässigen ist. Außerdem ist noch zu berücksichtigen, dass sich bei quantentheoretischer Rechnung  $\gamma_{Str}$  als Summe,  $\gamma_{Stoss}$  dagegen als Differenz der Werte für die beiden beteiligten Energieniveaus ergibt. (Unsöld §76, S.298f.)

Für die Berechnung der mittleren Stoßzeiten  $\tau$  und der Stoßdämpfungs-Konstanten  $\gamma_{Stoss}$  müssen die Stoßquerschnitte der Stoßpartner ermittelt werden, was entweder experimentell geschieht oder komplizierte quantenmechanische Rechnungen erfordert. Ferner ist noch zu berücksichtigen, dass es Störfelder mit ganz unterschiedlicher Abhängigkeit vom Abstand gibt, die auch unterschiedliche Berechnungsmethoden erfordern<sup>2</sup>. Da außer der Gasdichte wegen der besonders starken Wirkung der ‘‘Stark-Effekte’’ elektrischer Störfelder auch noch der Anteil geladener Teilchen wichtig ist, hat es keinen Sinn in dieser allgemeinen Betrachtung konkrete Zahlenwerte anzugeben - diese sind für jeden konkreten Fall einzeln zu ermitteln.

Führen wir nun noch die normierten Größen  $\nu = \Delta\omega/\Delta\omega_D = \Delta\lambda/\Delta\lambda_D$  und  $\alpha = \gamma/2\Delta\omega_D$  ein, so können wir Glg. (3) und (4) in der folgenden Form schreiben ( $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ )<sup>3</sup>:

$$f_1(\nu) = e^{-\nu^2} \quad \text{und} \quad f_2(\nu) = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{1}{\nu^2 + \alpha^2} \quad (5)$$

<sup>2</sup>Im wesentlichen sind das der einfache und quadratische Stark-Effekt durch geladene Störteilchen ( $\propto 1/r^2$  und  $\propto 1/r^4$ ), die Wechselwirkung mit gleichartigen Teilchen ( $\propto 1/r^3$ ) und die van der Waals-Störungen beliebiger neutraler Teilchen ( $\propto 1/r^6$ ).

<sup>3</sup>Da zum Schluss der Absorptionskoeffizient  $\kappa$  auf die Linienmitte normiert wird, sind die Normierungskonstanten für  $f_1$  und  $f_2$  bedeutungslos.

Die ‘‘Faltung’’ dieser beiden Funktionen ergibt eine ‘‘Voigtfunktion’’  $H(\alpha, \nu)$ , die zugleich das relative *Linienprofil* des Absorptionskoeffizienten  $\kappa_\nu/\kappa_0$  beschreibt:

$$\begin{aligned} \frac{\kappa_\nu}{\kappa_0} &= H(\alpha, \nu) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) f_2(\nu - x) dx \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{\alpha^2 + (\nu - x)^2} dx \quad (\text{Unsöld §66, S.261ff}). \end{aligned} \quad (6)$$

Die Voigtfunktion stellt also im wesentlichen die Verteilung der Linienprofile des Absorptionskoeffizienten aller Spektrallinien dar, und zwar in Abszissen-Richtung in Einheiten der Dopplerbreite und in der Ordinate für die Linienmitte zu *Eins* normiert, das ist für *optisch dünne* Gasvolumina zugleich die tatsächlich beobachtbare Intensitätsverteilung der Emissionslinie.<sup>4</sup> Im *optisch dicken* Fall eines isothermen Gases strebt die Intensität stets auf die Intensität der *Kirchhoff-Planck-Funktion* (das Hohlraumstrahlungsfeld) bei der entsprechenden Wellenlänge als Maximalwert zu. Die ‘‘optische Dicke’’  $\tau_\nu$  ist das folgende Integral über den gesamten optischen Weg  $s$  durch die absorbierende Schicht:

$$\tau_\nu = \int \kappa_\nu ds, \quad (7)$$

damit wird  $I_\nu = I_{\nu,0} e^{-\tau_\nu}$  ( $I_\nu$ : geschwächte,  $I_{\nu,0}$ : emittierte Intensität). Je größer der Absorptionskoeffizient  $\kappa_\nu$ , um so kürzer ist also der geometrische Weg  $s$ , der einer bestimmten optischen Dicke  $\tau$  entspricht.

Bei zunehmendem Gasdruck werden also zuerst die Linienmitte, dann der *Dopp-lerkern* und zuletzt die besonders ausgedehnten *Dämpfungsflügel* optisch dick. Diese sind in Natrium- oder Quecksilber-*Hochdruck*-Lampen dann jeweils über so weite Wellenlängenbereiche optisch dick, dass dieses Licht nicht mehr rein monochromatisch erscheint, sondern als Beleuchtung sogar andeutungsweise unterschiedliche Umgebungsfarben erscheinen lässt.

Diese Druckverbreiterung der Emissionslinien bei zunehmender Gasdichte ergibt einen kontinuierlichen Übergang zu einer Hohlraum-Strahlung, zumal zwei Effekte zusammenwirken: zum ersten erzeugt die zunehmende Gasdichte durch das Anwachsen des Dämpfungsparameters  $\alpha$  in der Voigtfunktion eine Verstärkung der Linienflügel und zum zweiten erreichen durch die anwachsende optische Schichtdicke von der Linienmitte zunehmend entferntere Spektralbereiche die Maximal- Intensität der Hohlraumstrahlung. Schon wegen des ‘‘Bohr’schen Korrespondenzprinzips’’ ist deshalb zu erwarten, dass quantentheoretische Rechnungen ‘‘asymptotisch’’ zu dem ‘‘klassischen’’ Resultat können, dass das Linien-Zentrum einer *jeden* Emissionslinie aus einem isothermen Gas mit dem Intensitätsmaximum identisch sein muss, weil dort zugleich der Absorptionskoeffizient sein Maximum besitzt.

<sup>4</sup>Für eine genaue Beobachtung schließen sich allerdings an die ‘‘Dämpfungsflügel’’ noch weitere, schwache zur Linienmitte unsymmetrische Flügel an, die auf ‘‘statistische Störungen’’ zurückzuführen sind. Ihre Ursache liegt darin, dass neben der ‘‘Dämpfung’’ durch die reduzierte Länge der ungestörten Wellenzüge auch *während* des Vorüberganges der Störteilchen Strahlung entsteht, die von verzerrten Energieniveaus ausgeht.

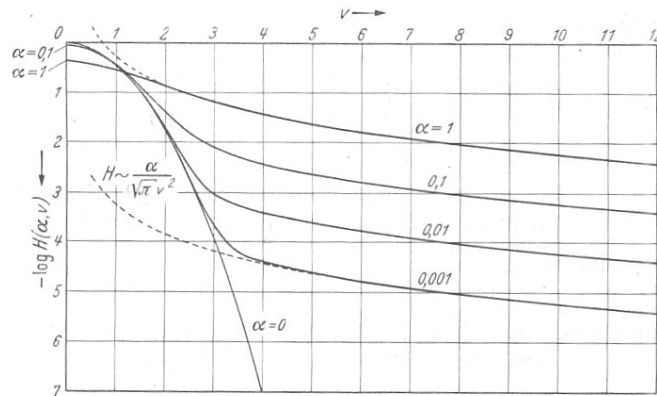


Abbildung 1: Logarithmische Darstellung der Voigt-Funktion  $H(\alpha, \nu)$  mit  $\alpha$  als Parameter. Die Kurve  $\alpha = 0$  ist der Dopplerkern der Linie (reine Gaußverteilung) ohne Dämpfung, für  $\alpha = 1$  und  $0,001$  ist gestrichelt die *reine* Dämpfungsverteilung  $H(\alpha, \nu) = \alpha / (\sqrt{\pi} \cdot \nu^2)$  ohne “Dopplerkern” eingezeichnet.

Dennoch soll noch kurz skizziert werden, wie die Berücksichtigung der Quantentheorie tatsächlich nicht eine Veränderung der Linienprofile, sondern die Anpassung der *Besetzungszahlen* der an der Emission beteiligten Energieniveaus an das thermische Gleichgewicht ergibt: Es seien  $n$  das untere und  $m$  das obere Niveau eines Emissionsüberganges und  $N_n, N_m$  die zugehörigen Besetzungszahlen. Die quantentheoretische Behandlung ergibt nun nach Einstein [Phys. Z. **18**, 121 (1917)] drei verschiedene Prozesse, für die im Folgenden die Anzahl der Übergänge pro Zeiteinheit angegeben werden: Die *spontane Emission*  $A_{nm}N_m$ , die *Absorption*, die proportional zur Dichte  $u_\nu$  des Strahlungsfeldes ist  $B_{mn}N_m u_\nu$ , und die durch das Strahlungsfeld *induzierte Emission*  $B_{nm}N_m u_\nu$ . Daraus folgt das Gleichgewicht  $(A_{nm} + B_{nm}u_\nu)N_m = B_{mn}u_\nu N_n$ . Setzt man nun das hieraus ermittelte Verhältnis  $N_m/N_n$  dem der Boltzmann-Formel

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{g_m}{g_n} \cdot e^{-\frac{h\nu}{kT}} \quad (8)$$

gleich ( $g_m$  und  $g_n$  sind die “Vielfachheiten” der zugehörigen Energieniveaus) und sorgt dafür, dass entsprechend dem “Korrespondenzprinzip” bei  $\frac{h\nu}{kT} \ll 1$  die Grösse  $u_\nu$  in die “klassische” *Rayleigh-Jeans*’sche Strahlungsformel übergehen muss, ergibt sich quantentheoretisch konsistent nicht nur die *Planck*’sche Strahlungsformel, sondern es folgen auch die übrigen notwendigen quantentheoretischen Verfeinerungen der Strahlungstheorie — wie etwa Gleichungen für die bereits erwähnten *Oszillatorenstärken*  $f$  und für die Wechselwirkungskonstanten zur Berechnung der “Dämpfungsflügel”.

Das Auftreten von dunklen Zentren in Emissionslinien ist demnach in Gasen, die durch Erhitzung zum Leuchten angeregt werden, nur möglich, wenn ein Gradient mit

nach außen abnehmender Temperatur vorhanden ist. Das geschieht dadurch, dass im Linienzentrum der Absorptionskoeffizient  $\kappa_\nu$  am größten ist und dort deshalb bereits die kühleren, äußeren Schichten optisch dick sind, so dass nur diese mit ihrer geringen Helligkeit zur Linien-Intensität beitragen, während außerhalb der Linienmitte wegen des geringeren Absorptionskoeffizienten die Strahlung insgesamt aus größeren Tiefen kommt, die heißer sind und damit heller strahlen. Wird nun das Gasvolumen immer dichter, so dass die Dämpfungsflügel der verschiedenen Emissionslinien nicht nur zusammenfließen, sondern sogar *überall* “optisch dick” werden, so leuchtet der Gaskörper zwischen den Linien als Planck’scher Temperatur-Strahler hell, die Linienzentren aber erscheinen dunkel, weil sie wegen ihres besonders hohen Absorptionskoeffizienten entsprechend der geringen Helligkeit der kühlen Außenschichten leuchten — es ist so ein Absorptions- oder Fraunhofer-Linien-Spektrum entstanden, und in dieser Weise wird auch die Entstehung der Spektren von Sonne und Fixsternen vorgestellt.<sup>5</sup>

## Zusammenhang zwischen Strahlungsphysik und Evolution

Wir kommen zum Anfangsabschnitt über die “Spuren der Evolution” zurück:

Nach den kosmologischen Vorstellungen der modernen Physik hat sich die Welt aus einem Zustand unvorstellbarer Strahlungsdichte in verschiedenen Stufen bis zur Gegenwart entwickelt, in der die Materie gegenüber der Strahlung vorherrscht und Wärme vorwiegend als Eigenschaft materieller Körper auftritt, die dann im erhitzten Zustand Licht emittieren. Wie auch Rudolf Steiner im ersten Vortrag von “Die Evolution vom Gesichtspunkt des Wahrhaftigen” darstellt, sind heute alle vergangenen Zustände in der Welt noch vorhanden, insbesondere der Saturnzustand jedoch bis an die Grenze der Unwahrnehmbarkeit gerückt. Und so stehen Licht und Wärme als Bilder der kosmischen Evolution in der folgenden Weise vor uns:

Die erste Stufe (*Alte Saturn*) erscheint für den wahrnehmenden Menschen nur als die unermesslich grenzenlos unräumliche Finsternis des Weltalls, in dem jedoch der Radioastronom als *kosmische Reliktstrahlung* an der Grenze der Messbarkeit eine raumlose, isotrope *Planckstrahlung* von 2,7 K zu finden vermag. - Der zweiten Stufe (*Alte Sonne*) entsprechen die ersten räumlich individualisierten Gaskörper, die ihr *gesamtes*, bei Erwärmung leuchtendes, aber noch durchsichtiges, “optisch dünnes” Volumen dem Außenraum offenbaren. - In der dritten Stufe (*Alter Mond*) gibt es bereits “optisch dicke” Körper, die teilweise den Blick in ihr bei Erwärmung leuchtendes Innere verwehren, dadurch entstehen nun, zwar noch “flüssig-beweglich”, die ersten eigentlichen Körper-Oberflächen und damit auch Körperfarbigkeit. - Erst auf dem vierten Zustand, unserer *Erde*, sind feste, dauerhaft gestaltete Gegenstände vorhanden. In ihrem Innern aber verbirgt sich bei Erhitzung als “Hohlraumstrahlung”, unabhängig

---

<sup>5</sup>Auch hier ist nochmals eine Umkehr möglich: besonders starke Absorptionslinien, wie die violetten H- und K-Linien des ionisierten Kalziums auf der Sonne, haben in ihrem Zentrum Emissions-Spitzen und zeigen damit an, dass in den alleräußersten Sonnenschichten die Temperatur durch ein Minimum von etwa 4000 K geht und dann nach außen wieder zunimmt.

von jeder Substanzbeschaffenheit eine “saturnisch” unkörperliche Wärme, wie sie in allerdings unvergleichlich größerer Intensität am Weltanfang den gesamten Kosmos erfüllt hat, und an der Grenze der Wirksamkeit auch heute noch als 2,7-K-Strahlung überall da ist.

Das Licht jedoch, das heute auch in der Quantenoptik als unlokalisierbar erkannt ist, und dennoch überhaupt erst die Raumbeziehungen in der Welt erfahrbar macht, ist Begleiter der gesamten Evolution des Kosmos, wenn auch auf der ersten Stufe noch eins mit der Wärme, da ohne differenzierte Stofflichkeit sein raumschaffendes Wesen nur *Möglichkeit* bleibt, ohne in die *Verwirklichung* eintreten zu können.

## Gedanken zum Urphänomen

VON LEOPOLD BUCHINGER

In den “Einleitungen zu Goethes Naturwissenschaften”, Kapitel XV.6: Das System der Naturwissenschaften (pp.280 - 284) behandelt Rudolf Steiner die Frage, wie sich der Begriff (die Idee) in den Naturreichen auslebt.

“Gelangt das sinnenfällig wirkliche Wesen nur zu einem solchen Dasein, dass es völlig außerhalb des Begriffes steht, nur von ihm als einem Gesetze in seinen Veränderungen beherrscht wird, dann nennen wir dieses Wesen *unorganisch*. [...] In dieser Sphäre haben wir es mit Phänomenen und Gesetzen zu tun, die, wenn sie ursprünglich sind, Urphänomene heißen können. In diesem Falle steht also das wahrzunehmende Begriffliche außerhalb einer wahrgenommenen Mannigfaltigkeit.”

In der *organischen* Naturwissenschaft äußert sich der Begriff innerhalb der sinnlichen Mannigfaltigkeit als Prinzip, als Typus. Erst im menschlichen *Bewusstsein* kommt der Begriff zur Erscheinung, wird selbst zur Wahrnehmung.

In den “Grundlinien einer Erkenntnistheorie der Goetheschen Weltanschauung”, Kapitel 15: Die unorganische Natur (pp.86-95), wird diese als System von Wirksamkeiten charakterisiert, in welchem immer eine Tatsache die Folge von anderen ihr gleichartigen ist.

Diese Gleichartigkeit der Wirksamkeiten kann als Leitfaden für die ordnende Intention des Forschers betrachtet werden. Das Bedürfnis nach wissenschaftlicher Befriedigung führt den Forscher zum Streben, die Gesamtheit des Unorganischen als ein System zu begreifen. “Ein solches System ist der Kosmos.”

In “Die Evolution vom Gesichtspunkt des Wahrhaftigen” wird das wahre Wesen des Festen, des Element Erde als der Tod bezeichnet. Auf dieser Stufe bedeutet der Tod die (endgültige) Trennung vom Ursprung.

Interessant ist nun die Frage, wie tief der Bezug der anorganische Natur mit diesem Tod, welcher dem Festen innewohnt, ist. Daraus könnte sich das “abgeschlossene” der Einzelwahrnehmungen in diesem Bereich herleiten. Erst die Intention des Beobachters stellt die Bezüge her.

# Auf der Suche nach höherer Erfahrung

VON FLORIAN THEILMANN

An der diesjährigen XIV. Sommeruniversität Kassel war für den dortigen kleinen Physikkurs die Frage nach einer möglichen festen Grundlage für das Verständnis der Mechanik gestellt. Ich hatte, nachdem in der ersten Hälfte der dafür eingeplanten drei Wochen schon ohne mich über die Begründungen und Begründbarkeit der Hebelgesetze gesprochen worden war, Gelegenheit, mit den Studenten – wenigstens anfänglich – auszuloten, ob das Arbeiten mit Urphänomenen eine derartige Grundlage sein kann. Neben Hans-Christian Ohlendorf und mir gehörten ein Physikstudent und drei Menschen aus dem Umfeld der Kasseler Lehrerausbildung zur Arbeitsgruppe.

Für die Motivation des Themas waren mir zwei Gesichtspunkte besonders wichtig. Einerseits ging es natürlich darum, das im Januar schon angedeutete Konzept [1] von *Urphänomenen als (Haupt-)Richtungen des Erkenntnisinteresses* mit einem unvoreingenommenen Publikum einem härteren Belastungstest auszusetzen. Andererseits waren mir in der Arbeit der letzten Wochen und Monaten verschiedene Gesichtspunkte für eine kritische Sicht der Rolle des Mathematischen in der Physik entstanden. Dass sich Mechanik mathematisch begründen lassen sollte, war also gar nicht meine Frage. Aber kann man aus den Erfahrungen an Experimenten heraus gemeinsam Erkenntnissicherheit gewinnen? Es war naheliegend, die “schiefe Ebene” als Ausgangs- oder Schwerpunkt zu nehmen [2]. Für die Experimente habe ich den Studenten gegenüber jeweils meinen Zielblick angedeutet, selbst aber praktisch nicht Hand angelegt. Parallel zu Experimenten und Unterrichtsgesprächen wurde vor allem an Goethes “Der Versuch als Vermittler zwischen Subjekt und Objekt” Textarbeit betrieben.

Die Experimente der ersten Tage drehten sich vor allem um Bedingungen, unter denen das Herabrollen von Rollproben unreproduzierbar verläuft, oder umgekehrt um den Versuch, eine Unterlage waagrecht einzustellen, was die räumliche *und zeitliche* Lokalität oder auch Probenabhängigkeit der Bestimmung “waagrecht” verdeutlicht. Neben Überraschung und durchaus auch Frustration (Zitat: “Man kann ja so ziemlich alles hinkriegen”) entstand auch Ehrgeiz, in dem erratischen Geschehen doch einen konkreten roten Faden zu entdecken, ein wenig, als ob “irgendeine Regel doch gelten müsse”. Diese auch zu entdecken blieb uns jedenfalls bis zum Schluss verwehrt. . . In einer ersten Zusammenfassung charakterisierten wir das Spannungsfeld zwischen dem Regime der flachen Bahn, in der der Vorgang jedesmal anders verläuft, also ganz situativ ist, und dem Regime der steilen Bahn, das mehr oder weniger unabhängig davon, was auf wem rutscht etc., das universelle Beschleunigen zeigt. Von ganz allgemeinen Fall- oder Beschleunigungsgesetzen zu sprechen, erschien immer weniger als angemessen. Ein Student schlug, zu meiner grossen Freude, der Terminus “Falltendenz” vor. Enttäuschend war, dass es uns nicht gelungen ist, wirklich runde Kugeln als Alternative zu den Kugellagerkugeln zu finden. Egal ob Bälle verschiedenster Art, Murmeln, geschliffene Glaskugeln, die Unrundheiten waren selbst für unsere “Augenscheinversuche” immer zu gross. Ein Student fragte: “Welche Ausrüstung hatte

eigentlich Galilei?”

In dieselbe Richtung ging der Versuch, zu laufendem Metronom die Orte zu markieren, an denen sich die beschleunigende Kugel beim “Tick!” befindet. Am selben Tag las ich in einer *email* von Georg Maier: “. . . dass man sich eigentlich nirgendwo befindet, wenn man unterwegs ist”. Das Dilemma, immer entweder zu früh, oder aber zu spät mit dem Markieren zu sein, war deutlich, wenn auch dennoch nicht unwidersprochen: Ort und Bewegung erschienen als komplementäre Kategorien. Tatsächlich ist es bei einer gleichförmigen Bewegung anders, man kommt in den Takt und markiert sicher. Mir scheint hier allerdings, dass man sich dabei dem “wo ist es denn *jetzt*” gerade gar nicht mehr aussetzt, sondern den Vorgang antizipiert, das Ereignis des “Tick!” vorwegnimmt. Die Schwierigkeit ist vielleicht ja auch nicht die Ortsbestimmung, sondern der Umgang mit dem Zeitpunkt. Für die Unterrichtspraxis verriet uns Herr Ohlendorf, dass er nie versucht, diese Orte zu bestimmen, sondern etwa sie vorher ausrechnet und *die Koinzidenz* der Passage mit einem gegebenen Takt vorführt. Was man dann an pro Takt zurückgelegter Strecke bestimmt, folgt deutlich nicht dem Wachstumsgesetz “1:3:5: . . .” — die ersten Abschnitte sind im Verhältnis einfach zu lang.

Einen weiteren quantitativen Versuch haben wir über dem Herumspielen erst entwickelt (Abb. 1): auf dem Tisch wird ein Brett (a) entlang der Längsseite schräg aufgestellt und waagrecht justiert (Wasserwaage). Mithilfe einer Startrampe (b) schießt man eine Kugel mit definierter Geschwindigkeit ein. Einzelne Punkte der Bahnen (c) lassen sich auf der Unterlage markieren (allerdings unter den genannten Schwierigkeiten) und z. B. mit einer an die so gewonnenen Datenpunkte angepassten Parabel<sup>1</sup> vergleichen. Eine solche Parabel ist gerade im späteren Teil der Bahn flacher als die tatsächlich genommene Kurve.

In den folgenden Besprechungen konnten wir immer mehr einkreisen, dass “schiefe Ebene weder “Aufruhen”, noch “(freies) Fallen” ist, sondern gerade wie dazwischen liegt. Aufruhen und Fall sind jeweils auf ihre Art recht allgemeine, universelle Zustände; die Fülle der speziellen Erscheinungen an der schiefen Ebene entfaltet sich aber dennoch im Wechselspiel dieser beiden “Pole” des Vorgangs. Goethe spricht in seinem Aufsatz ja von der “höheren Erkenntnis” und davon, dass sich eine solche “leicht” aussprechen liesse. Um nicht in Grundsatzdiskussionen zu versacken, gab ich die Arbeitshypothese aus, eine “höhere Erfahrung” liege jedenfalls darin, gemerkt zu haben, worauf es bei den verschiedenen Bedingungen ankommt. Diese Art Erfahrung ist zwar an der Anschauung zu gewinnen, selbst aber *nicht-sinnlich*. Steiners Beschreibung von Urphänomenen in den “Grundlinien” [3] weist ebenfalls in diese Richtung:

Jeder zusammengesetzte Vorgang der Sinnenwelt erscheint als ein Gewebe jener einfachen, vom Geiste durchdrungenen Tatsachen und ist in dieselben

---

<sup>1</sup>Wir haben jeweils x- und y-Abstand vom Einschusspunkt gemessen (Wertemengen  $\{x_i\}$ ,  $\{y_i\}$ ) und eine Funktion des Typs  $y = ax^2$  angepasst. Der *least-square-fit* impliziert dann  $a = \frac{\sum x_i^2 y_i}{\sum x_i^4}$ . Mit Schülern könnte man auch die ersten beiden Bahnpunkte zum Anpassen einer Parabel verwenden (als dritter Punkt liegt der Parabelursprung fest).

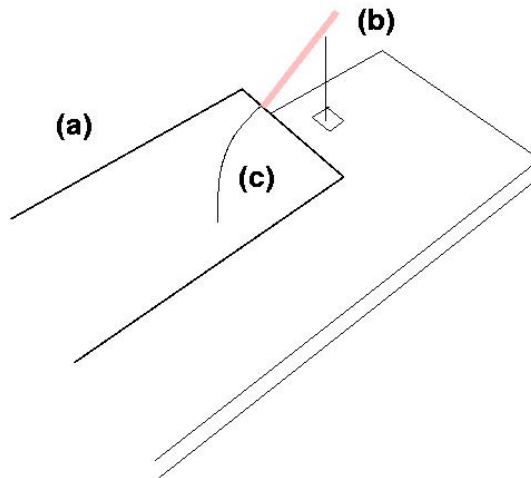


Abbildung 1: Versuch zur Bahnkurve auf einem schrägen Brett (a). Die Kugeln rollen die Startrampe (b) hinunter, die jeweilige Bahnkurve (c) lässt sich auf dem Brett darstellen.

auflösbar. Ein solches Phänomen nun, bei dem der Charakter des Vorganges unmittelbar aus der Natur der in Betracht kommenden Faktoren in durchsichtig klarer Weise folgt, nennen wir ein *Urphänomen* oder eine *Grundtatsache*.

Ein Stück später gibt er auch die Form für solches Aussprechen an: Wenn-So-Sätze. Erste Versuche, höhere Erfahrung tatsächlich auszusprechen, blieben noch sehr vage und unbefriedigend.

Warum *rollt* die Kugel eigentlich bergab? Mit Blick auf den gewesenen Vorlauf zum Thema Hebel, haben wir versucht, uns die Sache so klarzumachen (Abb. 2): der Schwerpunkt M der Kugel liegt nicht über ihrem Berührungspunkt B. Ihr Lasten erzeugt also ein Drehmoment um B mit dem Hebelarm BH (BH ist um einen Faktor  $\sin(\alpha)$  kürzer als der Radius BM). Es ist dieses Drehmoment, dass zwischen dem Fallen (entlang MF) und der Drehbewegung vermittelt. Gibt es in B zuviel Schlupf, wird die Kugel nur noch schlittern (wie es bei fast senkrechter Unterlage tatsächlich eintritt).

In weiteren Versuchen schauten wir mit einiger Ausführlichkeit auf die Gegenhangversuche (vgl. [2]). Wir lernten an den verschiedenen Arten von Rollproben zu unterscheiden, ob es einfach langsam, aber reversibel zugeht, oder ob Rollwiderstände die Bewegung buchstäblich verzehren. Das Steilerstellen macht den Bewegungsvorgang deutlich schneller ( $\sin(\alpha)$  nimmt fast linear zu), aber auch reversibler (das, *obwohl* der  $\cos(\alpha)$  fast nicht abnimmt — für 5% Steigung ist er immer noch grösser als 99.8%). Am meisten profitierten vom Steilerstellen die Rollproben, die vorher am schlechtesten gingen. Insgesamt bemerkt man, wie “Reibung” immer weniger das richtige Wort für diese Art Bewegungshindern zu sein scheint. Wir einigten uns auf



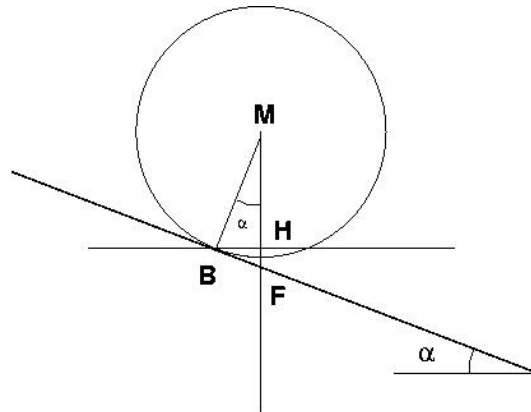


Abbildung 2: Schema der Kugel an der schiefen Ebene (Neigungswinkel  $\alpha$ ): Der Berühr- oder Unterstützungspunkt B liegt nicht in Richtung des Lastens entlang MF. Es entsteht ein Drehmoment, der Hebelarm ist gerade BH

den Ausdruck “haften”, um den statischen Charakterzug des Rollwiderstandes besser anzusprechen. Es ist eben auch diese Art Widerstand, die am Liegenbleiben von Rollproben bei mehr oder weniger waagrechter Unterlage mitwirkt.

Als letzten Komplex von Experimenten stellte ich Stossversuche zwischen Kugeln auf einer Schiene vor. Die Sache ist, in aller Kürze, ungefähr die folgende: Anders als beim sog. “Managerspiel”, bei dem die Kugeln hängen, geht die Bewegung, trotz zentralem Stoss usw., deutlich nicht vollständig auf den anderen Stosspartner über. Es überträgt sich zwar der Impuls (“Schwung”) der Schwerpunktsbewegung, nicht aber die Rollbewegung, so dass die stossende Kugel nachrollt. Verwickelt wird die Sache, wenn man weitere Stosspartner mit einbezieht. Bei geeigneter Durchführung kann ein zweiter Stoss dazu führen, dass die stossende Kugel *liegenbleibt* (Abb. 3).

Hier lässt sich studieren, dass die Drehbewegung und die Vorwärtsbewegung tatsächlich unabhängige Bewegungsarten (ich gebrauche gern auch das Wort “-kanäle”, so wie man für verschiedene Arten Zerfallsprozesse auch von Zerfallskanälen spricht) sind. Die Kopplung der beiden erfolgt über Reibung: nach dem ersten Stoss läuft Kugel 1 nicht sofort nach, sondern beschleunigt erst, wobei sich “Drehschwung” in “Vorwärtsschwung” umsetzt. Ist die Strecke zwischen den beiden Stößen nicht zu lang (gemessen an der Geschwindigkeit), schlittert Kugel 2 nur, ohne eine Drehbewegung aufzunehmen — der Vorwärtsschwung wird dann ganz an die Kugel 3 abgegeben. Dieser Ablauf ist allerdings speziell und lässt vielerlei andere Varianten zu.

Vor diesem Hintergrund lässt sich das – im Vergleich zu Kugeln – langsame, aber beharrliche Bergaufklettern von zylindrischen Rollproben oder Reifen verstehen. Das Rollen erscheint als eine Art “Fallen in kleinen Schritten”, die Bewegungsformen “Drehen” und “Fortbewegung” konkurrieren um den daraus zu gewinnen Schwung,

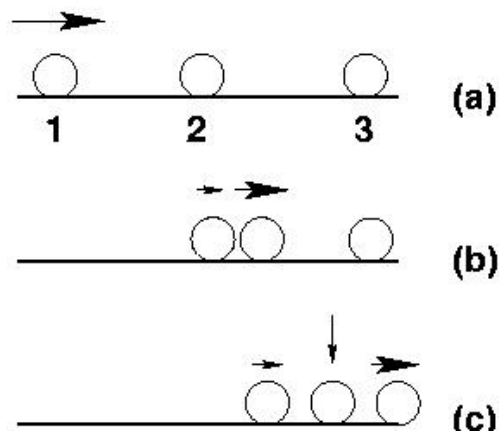


Abbildung 3: Stoßversuch mit drei Kugeln: (a) Kugel 1 läuft auf Kugel 2 auf, diese (b) “schießt” davon, Kugel 1 läuft nach, (c) Kugel 2 stößt Kugel 3 und bleibt liegen (eine Marke an der Bahn als Orientierungspunkt hilft sehr, das zu beurteilen).

tragen aber auch beide zum Berganrollen bei. Vermittelnd ist das lokale Anhaften an der Abrollstelle; erst wenn das eintritt, differenzieren sich die Rollproben nach “Haftigkeit”, Rundheit, Form usw.

Dies alles vor Augen unternahmen wir neue Versuche, unsere höheren Erfahrungen auszusprechen. Diese würde sich nicht durch Auf-die-schiefe Ebene-Starren ergeben können — ein Student sagte: “Wir müssen *weg* von der schiefen Ebene!” Ein Versuch also:

Die jeweiligen Erscheinungen an der schiefen Ebene werden durch die Falltendenz der jeweiligen Probe und durch die das Aufrufen ermöglichenden Bewegungshinderungstendenzen bedingt. Wenn . . . , so . . . . Charakterisierend lässt sich sagen: Die Hinderungstendenzen kommen umsomehr zum Tragen, je flacher die Bahn ist, sie machen den Vorgang immer weniger reproduzierbar und gesetzhaft, immer einzigartiger und spezieller.

Oder so ähnlich; anstelle der Platzhalter im wenn-so-Satz wäre auf der linken Seite eine ganze Liste einzusetzen: (i) Härte (von Rollkörper und Unterlage), (ii) Plastizität (sic), (iii) Oberflächenhaftigkeit (sic), (iv) Homogenität der Rollprobe, (v) ihre Rundheit, (vi) und Form, (vii) Ebenheit der Unterlage und zuletzt, gewissermassen ausser Konkurrenz: (viii) die Neigung der Unterlage. Die erstgenannten sieben Arten des Bedingens stellen sozusagen die Substanzseite der Angelgenheit dar, die Neigung setzt sich dann auf jeweils eigene Weise mit den ersten sieben Bedingungen auseinander. Sie ist also einerseits wesentliche Bedingung, andererseits mit Blick auf die Hafttendenz (es bauen sich Zugspannungen auf, die ab einer gewissen Neigung abreißen)

ganz anders als auf die Ebenheit der Unterlage (in einer Mulde geht es bei flacher Neigung lokal bergauf, bei steilerer Bahn zwar unregelmässig, aber doch überall bergab).

Diese Liste von Arten des Bedingens ist plausibel vor dem Hintergrund der Erlebnisse an den Experimenten. Durch diese haben sich Erlebnisse angesammelt: wie sich vermeintliche Kugeln auf ihre dicke Seite drehen und ausschaukelnd liegenbleiben; wie eine vermeintlich blanke Stahlkugel eine Spur aus Fettfilm auf einer Glasscheibe hinterlässt; wie ab einer gewissen Neigung die Sache geradezu plötzlich fein nach Lehrbuch geht etc. Was eingetreten ist, ist nicht einfach Erklärungskompetenz im Sinne von “Das ist jetzt so, weil...”. Man hat die Sache kennengelernt und kann die Verhältnisse einschätzen: “Ah ja, der Vorgang hier ist jetzt offenbar mehr von dieser Art als von jener anderen (auch noch denkbaren)”. Im Gespräch entwickle ich den Vergleich mit dem Kennenlernen einer Person, die sich ja erst in ihrer Vielgesichtigkeit oder -seitigkeit offenbart und gerade dadurch interessant ist (und es auch *bleibt*). Kennt man jemanden besser, ist es gar nicht mehr so arg erklärend zu sagen: ja den Wutausbruch, den hat er jetzt, weil er so cholerisch ist. Letztlich lernt man vielleicht eher etwas übers Cholerisch-Sein als über unseren Bekannten, wenn man die beiden in Verbindung bringt.

Mit “Frau Schiefe Ebene” haben wir also ein Stück weit bekannt gemacht. Ein letzter Aspekt ist mir mit Blick auf die Kasseler Aufgabenstellung noch wichtig: woher kann man denn nun Urteilssicherheit nehmen, woher kommt die Verlässlichkeit unserer Erkenntnis? Dass die Hebelgesetze gelten, “weil irgendwas”, daran war unter den Studenten schon vorher Unsicherheit aufgekommen gewesen. Ist es heute auch (noch, wieder) so, muss ich mich täglich versichern, am besten kurz vor dem Unterricht, dass ich mich bei den Experimenten möglichst nicht blamiere? Man weiss ja bekanntlich nie (und bei der Suche nach dem verlegten Schlüssel ist die Aussage “er *muss* hier drin sein” immer der erste Schritt hin zur Suche im ganzen Haus). Aber mir scheint, dass Vertrauen zur Erkenntnis gegenüber einem Vorgang in der umrissenen Weise wachsen kann. Im Erlebnis des höchst kunstvollen Verflochtenseins der physischen Vorgänge gedeihen Ehrfurcht und Dankbarkeit (vgl. auch G. Maier in [1]). Erkenntnis heisst nicht mehr ein Besiegen oder Unterwerfen der Welt, sondern ein Ringen um Sich-ins-Verhältnis-Setzen.

## Literatur

- [1] Vgl. Georg Maier: “Gemeinschaft unabhängiger Wesen” und Florian Theilmann: “Beweisende Methodik in der Naturerkenntnis”, beide Artikel warten auf Abdruck im “Goetheanum”.
- [2] Florian Theilmann: “Auf Galileis Spuren?” im Lehrerrundbrief **72** vom Juni 2001.
- [3] Rudolf Steiner: Grundlinien einer Erkenntnistheorie der Goetheschen Weltanschauung, GA 2, Paragraph 15.

# Freier Wurf in quantenmechanischer Behandlung (I)

VON FLORIAN THEILMANN UND OLIVER CONRADT

Oliver Conradt und ich sind der Frage, wie eine quantenmechanische Behandlung der Wurfparabel aussehen könnte, ein kleines Stück weit nachgegangen. Ausgangspunkt war die Diskussion in den Rundbriefen 2 und 3, die aus heutiger Sicht schon etwas Unmittelbarkeit eingebüsst hat; immerhin: es war versprochen gewesen. Oliver Conradt ist umgezogen und hat seine neue Aufgabe als Waldorflehrer in Hamburg aufgenommen. Bis er wieder ans Internet angeschlossen ist, sind leider auch unsere Maple-Sitzungen zu den Airy-Funktionen nicht zugänglich. Ich referiere hier also nur soweit, wie ich es ohne Computeralgebra kann.

Aufgabe ist es also zunächst, die Schrödingergleichung zu lösen. Diese ist eine Art Diffusionsgleichung mit komplexen Diffusionskoeffizienten (eine andere Lesart ist die einer Wellengleichung für Materiewellen mit Dispersion  $\hbar\omega = (\hbar k)^2/2m$ ). In der Notation aus Rundbrief 3 (“Versuch einer Rückantwort...”) haben wir für den freien Wurf das Potential  $\mathcal{U}(y) = -mgy$  und damit die Schrödingergleichung

$$i\hbar \partial_t \psi(x, y, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi(x, y, t) - mgy \psi(x, y, t). \quad (1)$$

Der erste Schritt zu einer Lösung ist wie immer, das Abseparieren der Zeitabhängigkeit durch den Ansatz  $\psi(x, y, t) = \phi(x, y)e^{iEt/\hbar}$ , das zur stationären Schrödingergleichung für den Ortsanteil  $\phi(x, y)$  mit Parameter  $E$  führt (Einzelheiten entnehmen sie jedem beliebigen QM-Lehrbuch):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(\partial_x^2 + \partial_y^2)\phi(x, y) = (E + mgy)\phi(x, y). \quad (2)$$

Diese Gleichung lösen heisst, eine Wertemenge für den Parameter  $E$  und einen vollständigen Basissatz von Funktionen anzugeben, die jeweils die Gleichung lösen. Vollständiger Basissatz heisst, eine Menge von Funktionen, die als Basis des Funktionenraumes dienen können, den man als Lösungsraum im Blick hat<sup>1</sup> — beliebige Ausgangskonstellationen lassen sich dann nach dieser Basis entwickeln und die Zeitentwicklung lässt sich dann explizit angeben.

Gleichung 2 lässt sich durch Separation der Variablen weiter vereinfachen. Schreibt man  $\phi(x, y) = u(x)v(y)$  und setzt ein, so ergibt sich (für  $u(x) \neq 0 \neq v(y)$ ):

$$-\frac{\hbar^2}{2m}(u''v + vu'') = (E + mgy)uv \quad \text{oder} \quad (3)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{u''}{u} + \frac{v''}{v}\right) = E + mgy. \quad (4)$$

---

<sup>1</sup>Hier wohl die Schnittmenge aus zweifach stetig differenzierbaren Funktionen  $C^2(D)$  und den quadratisch integrierbaren Funktionen  $\mathcal{L}^2(D)$ . Wegen der selbstadjungiertheit des durch Gl. 2 implizierten Differentialoperators sind solche Basen (die auch Eigenfunktionen dieses Operators sind) automatisch orthogonal

Nun kann man  $E$  in  $E = E_x + E_y$  splitten und Gleichung 4 dadurch lösen, dass man die Gleichungen

$$-\frac{\hbar^2}{2m}u''(x) = E_x u(x) \quad \text{und} \quad (5)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}v''(y) = (E_y + mgy)v(y) \quad (6)$$

einzelnen löst: zusammengezählt ergibt sich ja wieder die stationäre Gleichung. Die obere Gleichung (5) ist einfach: Basis-Lösungen sind Sinus/Cosinus bzw.  $u(x) = \exp(\pm ik_x x)$  mit  $k_x = \sqrt{2mE_x}/\hbar$ . Die untere Gleichung hat die erwähnten Besselfunktionen gebrochener Ordnung, auch als Airy-Funktionen bekannt, als Lösung in Abhängigkeit aller in der Gleichung vertretenen Parameter und  $y$ . Im nächsten Rundbrief davon im Detail mehr. Für den Moment genügt es zu wissen, wie diese Airy-Funktionen qualitativ aussehen: die eine Klasse von Funktionen oszilliert, um dann ab einem bestimmten Schwellenwert wie exponentiell abzufallen, die andere Klasse wächst ab einer bestimmten Schwelle wie exponentiell.

Ich habe es oben schon erwähnt: die zeitabhängige Schrödingergleichung 1 lässt sich als eine Art Diffusionsgleichung für das Feld  $\psi(x, y, t)$  lesen. Physikalisch interpretieren wir allerdings eben nicht  $\psi$ , sondern die (Nachweis-)Wahrscheinlichkeitsdichte  $\rho(x, y, t) := \psi(x, y, t)\psi^*(x, y, t)$ , also das Betragsquadrat von  $\psi$ . Wir bekommen durch einen Trick eine Kontinuitätsgleichung für  $\rho$ : man teilt durch  $\hbar i$  und multipliziert Gl. 1 von links mit  $\psi^*$ :

$$\begin{aligned} \psi^*(x, y, t)\partial_t\psi(x, y, t) = \\ -\frac{\hbar}{2mi}\psi^*(x, y, t)(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi(x, y, t) - \frac{mg}{\hbar i}y\psi(x, y, t)\psi^*(x, y, t). \end{aligned} \quad (7)$$

Zählt man dies mit seinem konjugiert komplexen Ausdruck (die rechte Seite wechselt dann das Vorzeichen) zusammen und beachtet  $\partial_t\rho = \partial_t(\psi\psi^*) = \psi\partial_t\psi^* + \psi^*\partial_t\psi$ , steht links die Zeitableitung von  $\rho$ . Die rechte Seite frisirt man durch partielle Integration (über das Verschwinden der Randterme denken wir lieber nicht zuviel nach ...), die Terme mit dem Potential heben sich gerade weg:

$$\begin{aligned} \partial_t\rho &= -\frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi - \psi(\partial_x^2 + \partial_y^2)\psi^*\right) \\ &= -\frac{\hbar}{2mi}\left((\partial_x\psi^*)(\partial_x\psi) + (\partial_y\psi^*)(\partial_y\psi) - (\partial_x\psi)(\partial_x\psi^*) - (\partial_y\psi)(\partial_y\psi^*)\right) \\ &=: -\nabla\mathbf{j}(x, y, t) \end{aligned} \quad (8)$$

Wir lesen

$$\mathbf{j} := \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \quad (9)$$

als ‘‘Wahrscheinlichkeitsstrom’’ und die ganzen vielen Ableitungsterme als dessen Divergenz. Die Gleichung 8 ist insgesamt also eine Bilanzgleichung für die Wahrscheinlichkeitsverteilung  $\rho$ .

Oben haben wir ja schon gesehen, wie ein Basis- $\psi$  konstruiert ist:  $\psi(x, y, t) = e^{iEt/\hbar} e^{ik_x(E)x} A(E, y)$  (mit einer Airy-Funktion  $A(E, y)$ ) — die rechte Seite in Gl. 8 lässt sich damit ein gutes Stück weit auswerten ( $\psi^* = e^{-iEt/\hbar} e^{-ik(E)x} A(E, y)$  und  $e^{i\dots} e^{-i\dots} = 1$ ). Zunächst:

$$\begin{aligned} j_x &\propto \frac{1}{i} \left( e^{-ik(E)x} A(E, y) (\partial_x e^{ik(E)x} A(E, y)) - e^{ik(E)x} A(E, y) (\partial_x e^{-ik(E)x} A(E, y)) \right) \\ &\propto k A^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Die y-Komponente des Stromes ist, wenn ich mich nicht verrechnet habe, überraschend einfach:

$$\begin{aligned} j_y &\propto e^{-ik(E)x} A(E, y) (\partial_y e^{ik(E)x} A(E, y)) - e^{ik(E)x} A(E, y) (\partial_y e^{-ik(E)x} A(E, y)) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Damit reduziert sich

$$\begin{aligned} \nabla \mathbf{j} &\propto \partial_x j_x \\ &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

Dieses Ergebnis ist eigentlich nicht überraschend: wir haben ja gerade ein *stationäres*  $\psi$  diskutiert. Für das zugehörige  $\rho$  sollte  $\dot{\rho} = 0$  gelten und das scheint ja ( $\dot{\rho} = -\nabla \mathbf{j}$ ) zu stimmen. Für die weitere Diskussion des allgemeinen Fall würde man nicht auf diese Art  $\psi$  sehen, sondern auf Superpositionen davon:

$$\psi(x, y, t) = \int dE_x dE_y e^{-i(E_x + E_y)t/\hbar + k(E_x)x} A(E_y, y) \quad (13)$$

Diese Superpositionen lösen jeweils Gl. 1: Die Zeitableitung und die Ortsableitungen ergeben unter dem Integral wegen der Glen. 5 und 6 gerade die rechten Terme.

Die Definition von  $\mathbf{j}$  in Gl. 9 sieht vielleicht verwirrend aus, lässt sich nach kurzer Überlegung aber doch interpretieren. Die Richtung von  $\mathbf{j}$  ist lokal proportional zum Imaginärteil des Gradientenfeldes von  $\psi$  (Gl. 9). Ist dieses Stromfeld nicht konstant, so ändert sich wegen Gl. 8 die Wahrscheinlichkeitsdichte auch zeitlich. In unserer Rechnung war die y-Komponente des Stromfeldes konstant 0, in x-Richtung hing sie nicht explizit von  $x$  ab. Wie es für den allgemeinen Fall aus Gleichung 13 ist, muss ich noch ein wenig bedenken; ich kann aber auf jeden Fall ein paar Schnappschüsse von einer numerischen Simulation ankündigen.

Die weitere Diskussion in der nächsten Ausgabe!

## Adressenliste

Dr. David Auerbach	Physiologisches Institut Harrachgasse 21/V A-8010 Graz	david.auerbach@kfunigraz.ac.at
Leopold Buchinger	Wischathal 59 A-2013 Göllersdorf	leopold.buchinger@siemens.at
Dr. Oliver Conradt	Heinrich-Bomhoff-Weg 1 22607 Hamburg	oliver.conradt@gmx.net
Friedrich-Wilhelm Dustmann	Ypernstr. 154 57072 Siegen	DustmannFW@aol.com
Johannes Grebe	Pfalzburger Str. 83, HH 10719 Berlin	johannes.grebe@physik.hu-berlin.de
Friedrich Hartmann	Riensbergerstr. 93 28359 Bremen	Zugang3@aol.com
Michael Jacobi	Königsbergerstr. 27 79650 Schopfheim	
Johannes Kühl	Dorneckstr. 47 CH-4143 Dornach	johannes.kuehl@goetheanum.ch
Prof. Dr. Ludolf von Mackensen	Hugo-Preuß-Str. 3 34131 Kassel	
Frank Mast	Wölperwiesenweg 11 D-72250 Freudenstadt	FrankMast@swol.com
Dr. Georg Maier	Quidumweg 18 CH-4143 Dornach	g.maier@goetheanum.ch
Heinz-Christian Ohlendorf	Christbuchenstr. 143 34130 Kassel	
Albert Pröbstl	Ernsdorfer Str. 34 D-83209 Prien	
Alec A. Schaerer	Gempenstr. 10 CH-4053 Basel	sascha@magnet.ch
Klaus Schimpf	Mühlenstr. 10 07745 Jena	Klaus.Schimpf@t-online.de
Dr. Thomas Schmidt	Zum Upholz 1 33739 Bielefeld	thomas-cornelia.schmidt@ t-online.de
Dr. Konrad Schneider	Veilchenweg 50c D-01326 Dresden	schneider@ipfdd.de
Peter Schwab	Schildbusch 20 34369 Hombressen	

Hanspeter Seipp	Engadinerweg 1 CH-8049 Zürich	hpseipp@bluemail.ch
Wilfried Sommer	Walter-Leiske-Str. 46 60320 Frankfurt	dwsommer@aol.com
Rolf Speckner	Steenkamp 17 D-22607 Hamburg	rolf.speckner@t-online.de
Dr. Jörg Stremper	162 Lincoln Oaks Dr No. 1205 USA-Willowbroke IL 60514	stremper@anl.gov
Dr. Florian Theilmann	Zürcherstr. 4 CH-4143 Dornach	florian.theilmann@gmx.net
Jürgen Vogt	Brasselsbergstr. 42 34132 Kassel	Juergen_Vogt@gmx.de
Peter Wenger	Blütenhang 10 78333 Stockach	wenger@wenger-lehrmittel.de